

Perancangan Metode Kendali

Program Studi Teknik Elektro



disusun oleh:

Erwin Susanto, Ph.D

Agung Surya Wibowo

FAKULTAS TEKNIK ELEKTRO

UNIVERSITAS TELKOM

2017

DAFTAR ISI

Kata Pengantar	4
BAB 1 Sekilas tentang Sistem Kendali	1
1.1 Pengenalan Sistem Kendali	1
1.2 Perkembangan Sistem Kendali	3
1.3 Beberapa Istilah Penting dalam Sistem Kendali	6
1.4 Sistem Kontrol Lup Terbuka dan Lup Tertutup.....	7
1.5 Aplikasi Sistem Kendali lup terbuka dan lup tertutup	9
1.6 Tahapan Perancangan Sistem Kendali.....	15
2.1. Kendali Analog dan Diskrit.....	16
2.2. Kendali Konvensional (Klasik) dan Modern	21
BAB 2 Pemodelan Sistem	33
2.1. Sistem Dasar Elektrik.....	33
2.2. Sistem Mekanik.....	34
2.3. Sistem Thermal	35
2.4. Model Ruang Keadaan	36
BAB 3 Teknik <i>Root Locus</i>	38
3.1. Definisi <i>Root Locus</i>	38
3.2. Sketsa <i>Root Locus</i>	40
Bab 4 Desain Via <i>Root Locus</i>	50
4.1. Pendahuluan	51
4.2. Perbaikan Respon Transien	52
4.3. Perbaikan Error Steady State.....	53
4.4. Perbaikan Steady state error via Kompensator cascade	55
4.5. Perbaikan Respon Transien via Kompensator cascade	64
4.6. Kompensator PD	65
4.7. Kompensator Fasa Maju.....	71
4.8. Perbaikan Steady state error dan Respon Transien	75
4.9. Kompensator fasa maju- mundur	81
4.10. Kompensator Feedback	87
4.11. Realisasi Fisik kompensator	94

Bab 5 Respon Frekuensi.....	107
5.1. Konsep Respon Frekuensi	107
5.2. Ekspresi Analitik	108
5.3. Menggambar Respon Frekuensi	109
5.4. Diagram Bode (Bode Plot) dengan Aproksimasi asimptotik	111
5.4.1. Diagram Bode untuk $G(s) = s + a$	111
5.4.2. Diagram Bode untuk $G(s) = \frac{1}{s + a}$	114
5.4.3. Diagram Bode untuk $G(s) = s$	115
5.4.4. Diagram Bode untuk $G(s) = \frac{1}{s}$	116
5.4.5. Diagram Bode untuk $G(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$	116
5.4.6. Diagram Bode untuk $G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$	119
5.5. Pengenalan Kriteia Nyquist.....	121
5.6. Sketsa Diagram Nyquist.....	125
5.7. Kestabilan via Diagram Nyquist.....	126
Bab 6 Desain via Respon Frekuensi.....	129
6.1. Pendahuluan	129
6.2. Respon Transien Vs Pengaturan penguatan K	131
6.3. Kompensator fasa mundur.....	133
DAFTAR PUSTAKA	153

Kata Pengantar

Bismillahirrohmaanirrohiim,

Segala puji hanya bagi Allah subhanalloh wa ta'ala, karena berkat kemudahan dari-Nya, sehingga kami dapat menyusun buku “Perancangan Metode Kendali” ini. Pembahasan materi buku ini, meliputi metode *root locus* dan metode respon frekuensi termasuk perancangan kompensator. Untuk mempelajari materi yang tersaji, pengetahuan dasar seperti kalkulus, fisika dan teknik kendali dasar harus dipahami terlebih dahulu. Buku ini disusun berdasarkan pengalaman mengajar tim penulis dalam mata kuliah peminatan Sistem Kendali di Program Studi Teknik Elektro, Universitas Telkom Bandung.

Pada kesempatan ini, kami ingin mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak, diantaranya Bagian Pembelajaran Universitas Telkom dan fakultas Teknik Elektro yang telah memfasilitasi penyusunan buku ajar ini. Besar harapan kami, buku ini bermanfaat bagi pembaca sekalian terutama para mahasiswa yang belajar sistem kendali. Akhir kata, komentar dan masukan yang membangun sangat diharapkan bagi penyempurnaannya di masa mendatang

Bandung, 2017

Penyusun

BAB 1 Sekilas tentang Sistem Kendali

1.1 Pengenalan Sistem Kendali

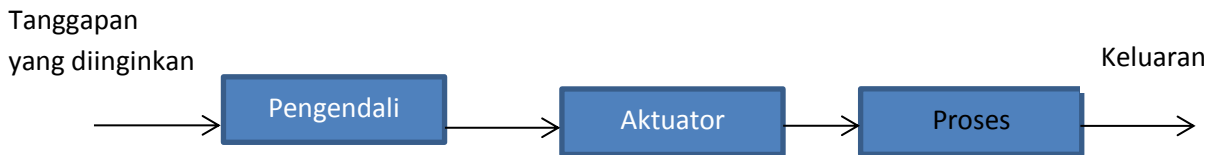
Sejarah manusia tidak lepas dari upaya mengendalikan lingkungan dimana mereka tinggal, dalam rangka memenuhi kebutuhan hidupnya secara nyaman. Pada awalnya mereka menggunakan peralatan dari batu sebagai alat berburu, yang lambat laun berkembang dan diganti dengan logam. Memanfaatkan kecerdasan dan pengalaman yang diperoleh, manusia mampu mengembangkan teknik berburu dan mencari sumber pangan dengan lebih efisien. Memanfaatkan hewan sebagai peralatan transportasi dan berburu telah berlangsung lama sampai kemudian digantikan dengan mesin. Prinsip utama kerja mesin adalah memanfaatkan proses pengaturan atau pengontrolan. Suatu pengaturan sendiri merupakan kemampuan mengukur keluaran kerja sistem mesin dan mengoreksinya jika belum sesuai dengan masukan yang diinginkan.

Sebuah sistem kendali dapat diartikan sebagai susunan beberapa komponen yang membentuk konfigurasi sistem untuk menghasilkan tanggapan atau respon yang diinginkan. Suatu komponen atau proses yang dikendalikan dapat digambarkan sebagai kotak dengan masukan dan keluaran (Gb.1-1) berikut ini:



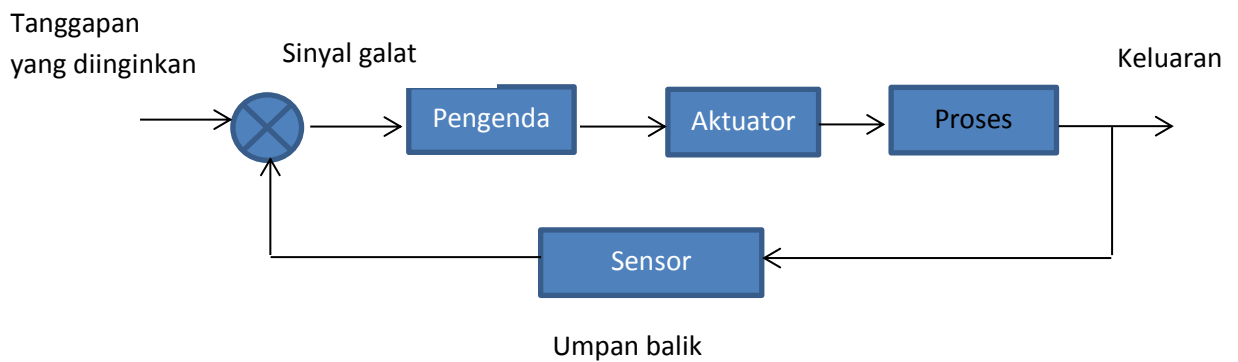
Gb.1-1 Proses yang dikendalikan

Relasi masukan-keluaran menyajikan relasi sebab dan efek suatu proses yang lebih pada pemrosesan sinyal masukan untuk mendapatkan peubah sinyal keluaran, yang seringkali masih memerlukan penguatan daya. Sistem kendali lup terbuka (*open loop*) sendiri membutuhkan pengendali dan aktuator untuk menghasilkan tanggapan yang diinginkan (lihat Gb.1-2)



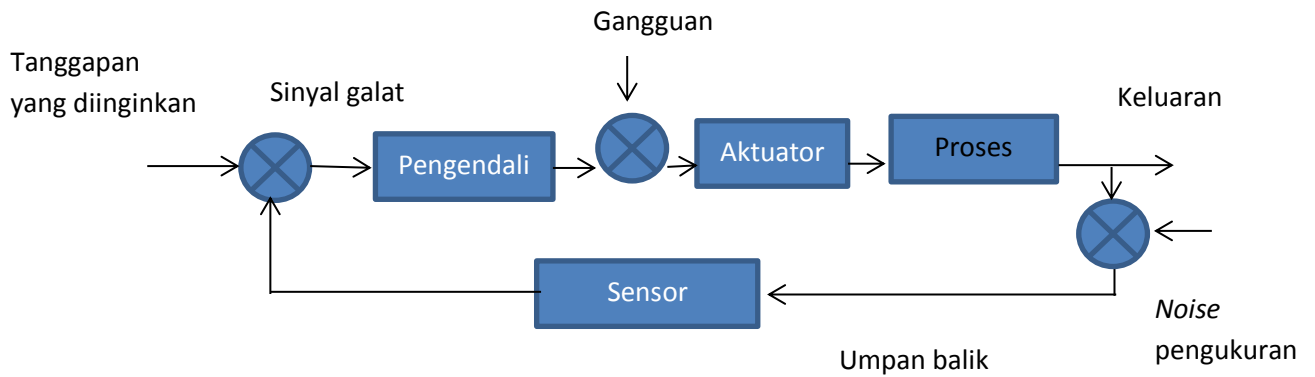
Gb.1-2 Kendali lup terbuka

Berbeda dengan kendali lup terbuka, sistem kendali lup tertutup menggunakan tambahan pengukuran keluaran untuk dibandingkan dengan tanggapan yang diinginkan. Selisih dari perbandingan kedua sinyal merupakan sinyal galat (*error*) yang akan menentukan aksi kendali (lihat Gb.1-3). Pengukuran keluaran tersebut merupakan sinyal umpan balik (*feedback*).



Gb.1-3 Kendali lup tertutup dengan umpan balik

Kemampuan mengatasi gangguan terhadap sistem merupakan salah satu kelebihan sistem kendali lup tertutup. Gangguan dan *noise* pengukuran biasanya muncul pada aplikasi dinamika sistem kendali seperti pada gambar 1-4 dibawah ini.



Gb.1-4 Kendali lup tertutup dengan umpan balik dan gangguan

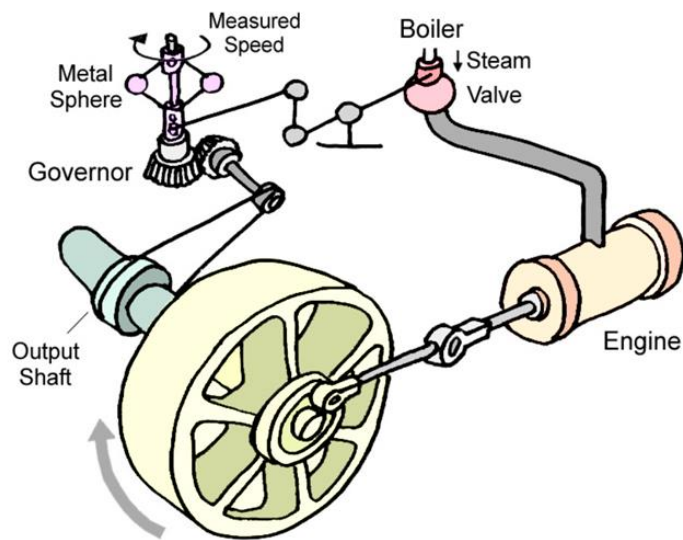
1.2 Perkembangan Sistem Kendali

Sebelum memasuki pembahasan tentang kendali optimal dan kendali kokoh, ada baiknya kita mengetahui sejarah perkembangan sistem kendali secara garis besar. Tahapan perkembangan teknologi manusia yang fenomenal adalah dikembangkannya mesin uap yang menjadi tonggak kemunculan era revolusi industri. Persoalan yang muncul, bagaimana mengendalikan kecepatan rotasi mesin tanpa intervensi manusia secara berulang-ulang. Disinilah kemudian dikembangkan, salah satunya oleh James Watt (1769), pendulum kanonik yang mempunyai sudut inklinasi sebagai fungsi kecepatan angular poros mesin.

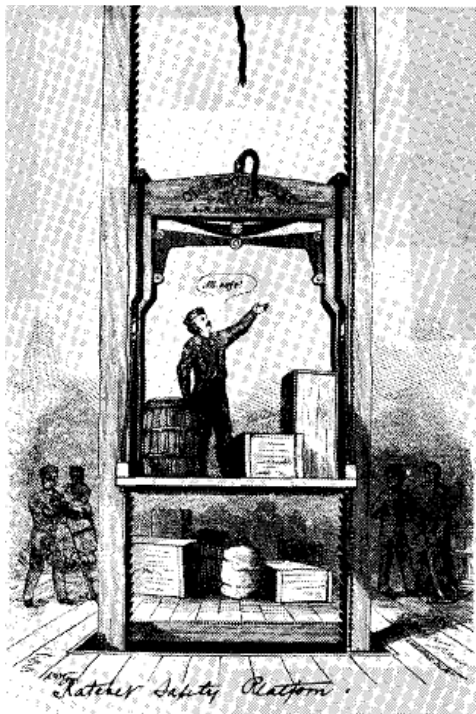
Pendulum ini diaplikasikan pada desain mesin generator kecepatan sentrifugal, atau disebut juga dengan *flyball*. Pengembangan ini merupakan langkah awal kendali otomatis pada mesin. Secara ringkas urutan sejarah perkembangan teknik kendali, di gambarkan berikut ini:



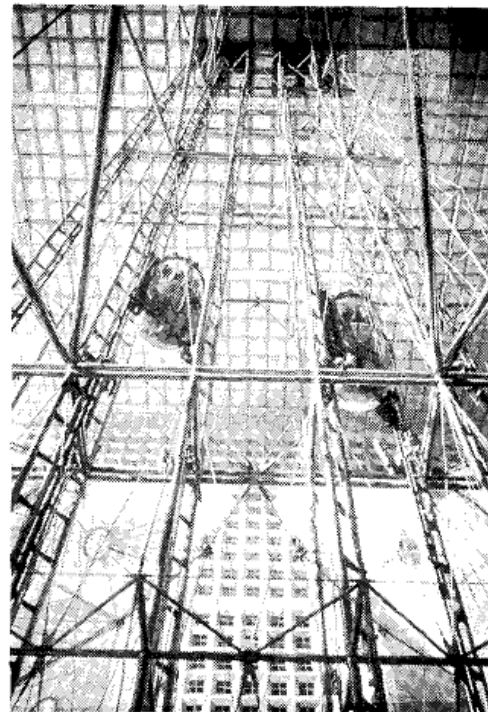
Gb.1-5. Perkembangan Teknologi Kendali



Gb.1-6. Ilustrasi Pengatur Mesin Uap “Watt Flyball”¹



(a)

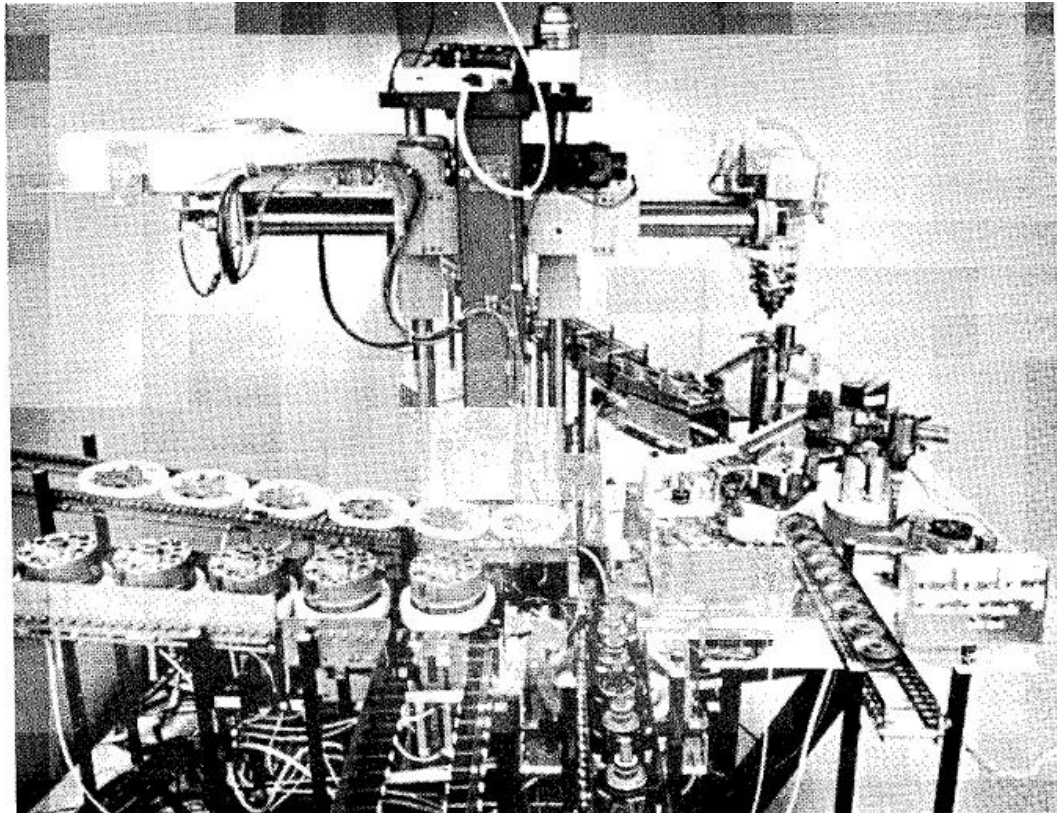


(b)

Gb.1-7 (a) Lift pada awal mula dikontrol dengan tali dan operator tangan. Di sana diperlihatkan inovasi *safety brake* (rem keamanan) saat tali dipotong. (b) Lift modern duo di Grande Arche Paris, digerakkan oleh satu

¹ Gambar diambil dari Advanced Control Engineering, Roland S Burn

motor, dengan tiap lift saling menyeimbangkan satu sama lain. Sekarang, lift sudah otomatis penuh, menggunakan sistem kontrol untuk mengatur posisi dan kecepatan.



Gb.1-8. Ruang perakitan *programmable* robot yang dapat merakit 17 bagian dari alternator otomobil (alternator = generator listrik yang mengubah energi mekanik menjadi energi listrik dalam bentuk arus bolak-balik/AC) dalam waktu 2 menit 42 detik.

1.3 Beberapa Istilah Penting dalam Sistem Kendali

Untuk memudahkan pembaca memahami isi buku ini, perlu dijelaskan beberapa istilah yang sering dipakai, diantaranya:

- Sistem : merupakan kombinasi beberapa komponen yang bekerja secara bersama-sama dan membentuk suatu tujuan tertentu.
- Proses (alamiah) : suatu urutan operasi yang kontinyu atau suatu perkembangan yang dicirikan oleh urutan perubahan secara perlahan yang terjadi tahap demi tahap dengan cara yang relatif tetap dan memberikan suatu hasil atau akhir.
- Proses (artifisial) : operasi yang dilakukan secara berkesinambungan yang terdiri dari beberapa aksi yang dikendalikan atau pergerakan yang secara sistematis diarahkan pada suatu hasil atau akhir.
- Operasi : proses yang dikendalikan: proses kimia, biologi, ekonomi.
- Plant : dapat berupa bagian suatu peralatan yang berfungsi secara bersama-sama untuk membentuk suatu operasi tertentu. (Setiap obyek fisik harus dikendalikan: reaktor kimia, *heating furnace*, *spacecraft*)
- Gangguan : suatu sinyal yang cenderung mempengaruhi (secara acak) nilai output suatu sistem: gangguan internal dan eksternal.
- Kendali umpan-balik: suatu operasi yang dengan munculnya gangguan akan cenderung akan memperkecil perbedaan antara output suatu sistem dengan beberapa input dan selanjutnya bertindak sesuai bertitik tolak dari perbedaan tsb.



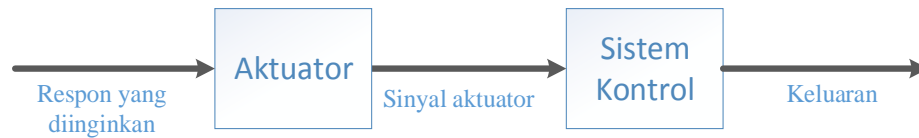
Gb.1-9. Sistem Kontrol Sederhana

1.4 Sistem Kontrol Lup Terbuka dan Lup Tertutup

Pada dasarnya, sistem kendali dikategorikan menjadi 2, yakni sistem kendali lup terbuka dan sistem kendali lup tertutup. Masing-masing sistem kendali tersebut dijelaskan berikut ini:

1. Sistem Kontrol Lup Terbuka

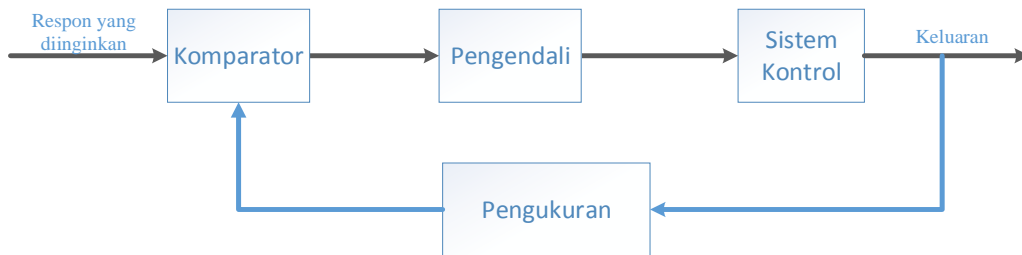
Sistem kontrol lup terbuka menggunakan *actuating device* (alat penggerak/ aktuator) untuk mengontrol proses secara langsung tanpa menggunakan feedback/ umpan balik.



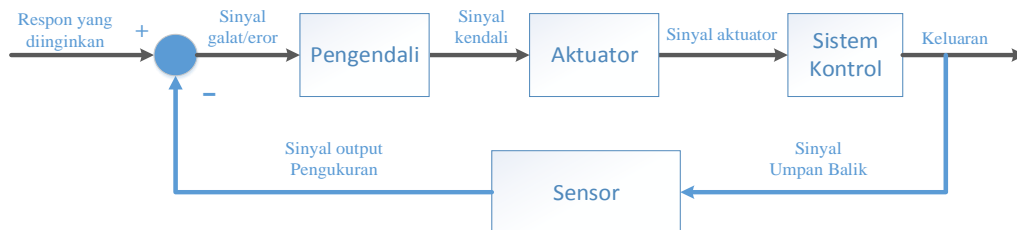
Gb.1-10. Sistem Kontrol Lup Terbuka

2. Sistem Kontrol Lup Tertutup

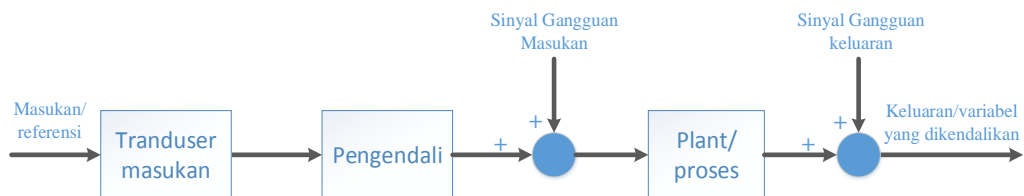
Berbeda dengan sistem kendali lup terbuka, sistem kontrol lup tertutup menggunakan pengukuran dari sinyal keluaran dan mengumpun-balikkan sinyal tersebut untuk dikomparasi/dibandingkan dengan masukan yang diinginkan/masukan referensi/masukan perintah.



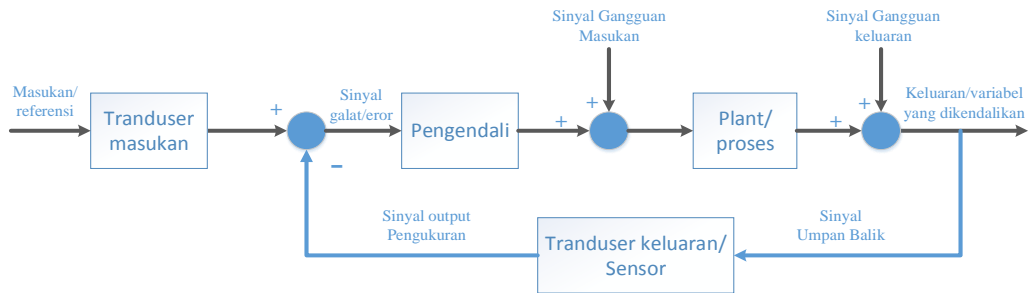
Gb.1-11. Sistem Kontrol Lup Tertutup



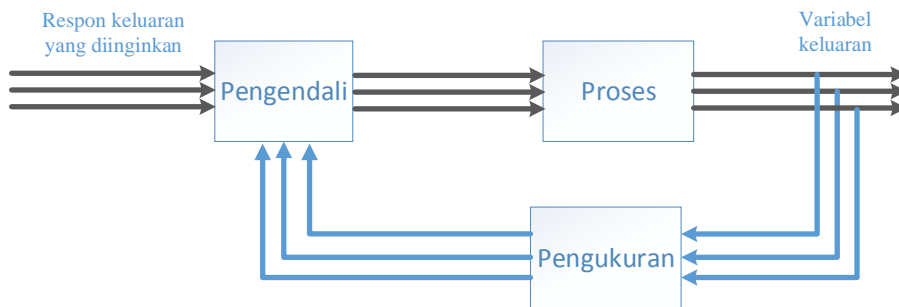
Gb.1-12. Sistem Kontrol Lup Tertutup dengan Umpan Balik Negatif



Gb.1-13. Sistem Kontrol Lup Terbuka dengan Gangguan



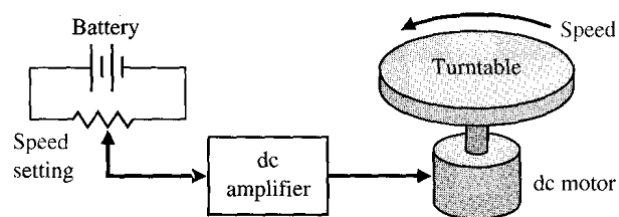
Gb.1.14. Sistem Kontrol Lup Tertutup dengan Gangguan



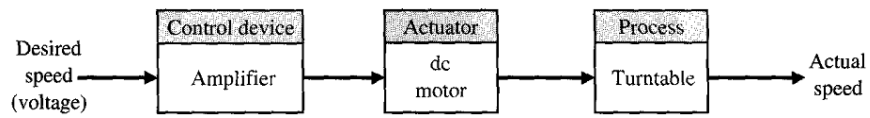
Gb.1-15. Sistem Kontrol Multivariabel (Multi-Input Multi-Output/ MIMO)

1.5 Aplikasi Sistem Kendali lup terbuka dan lup tertutup

Beberapa aplikasi sistem kendali, diantaranya adalah kendali posisi dan kecepatan motor dc, kendali gula darah otomatis, kendali lintasan kendaraan, kendali posisi azimuth antenna dan sebagainya.

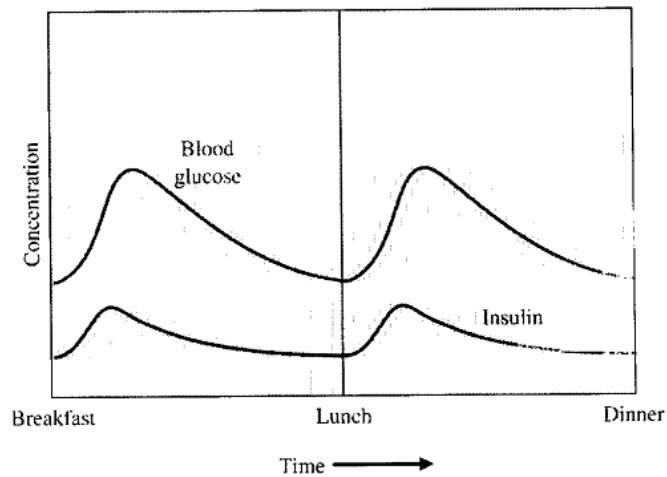


(a)

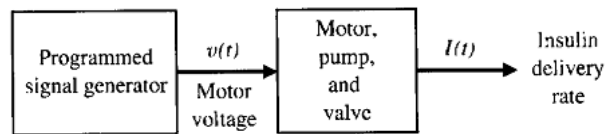


(b)

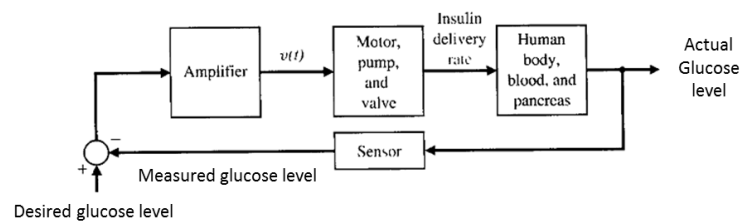
Gb.1-16 (a) Sistem lup terbuka pengaturan kecepatan meja putar. (b) Model blok diagram



(a)

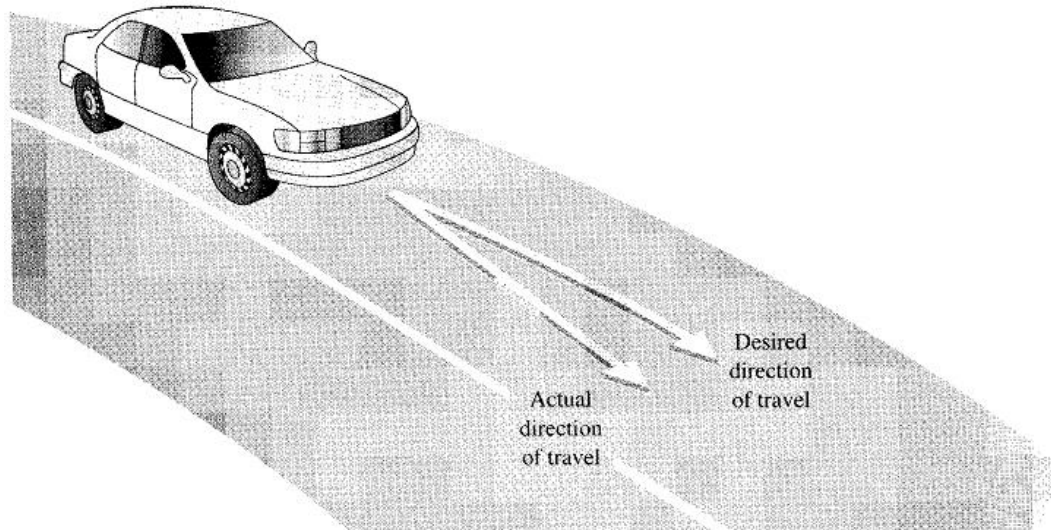


(b)

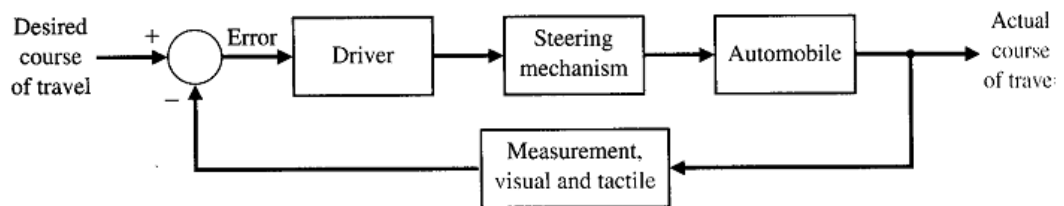


(c)

Gb.1-17(a) Grafik kadar gula darah dan insulin setelah waktu makan. (b) Sistem lup terbuka. (c) Sistem lup tertutup

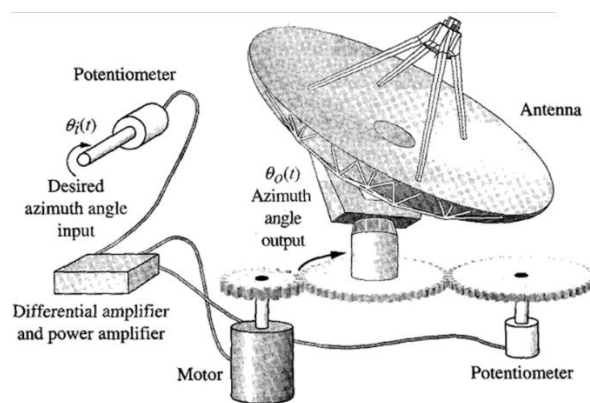


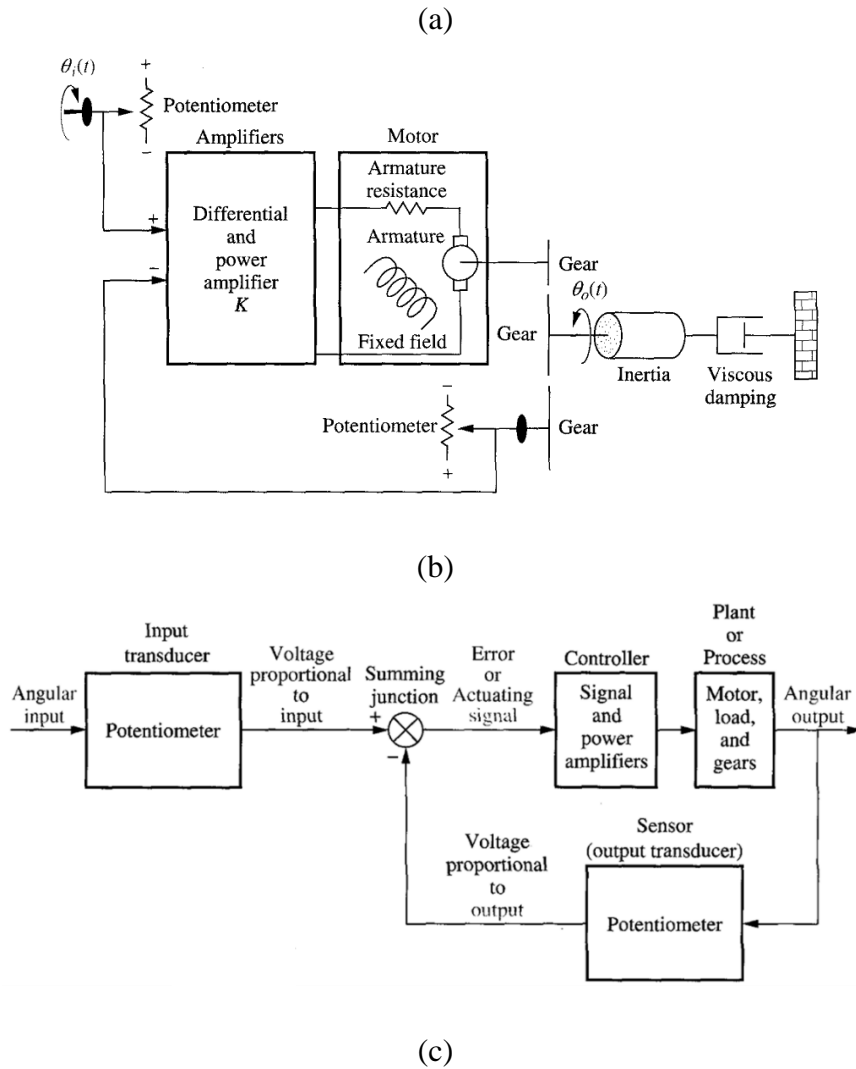
(a)



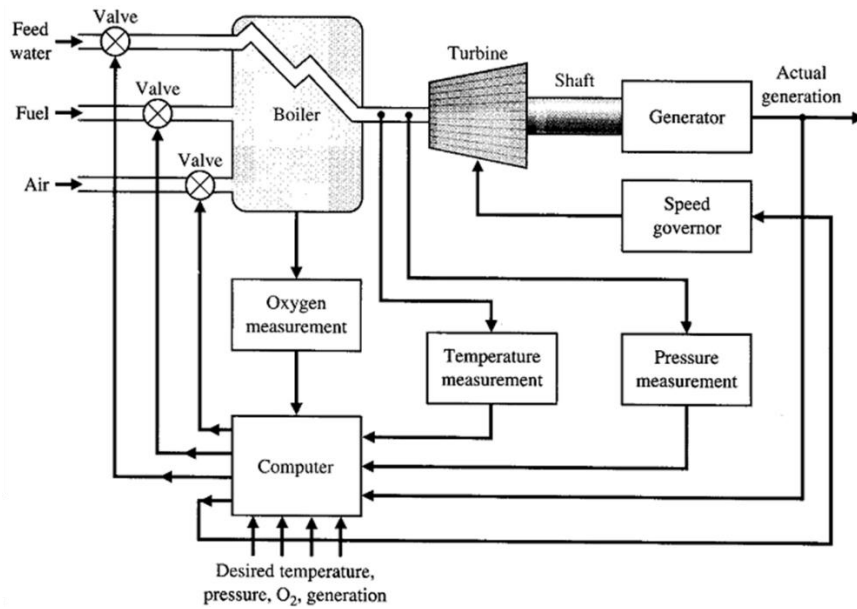
(b)

Gb.1-18(a) Pengemudi menggunakan selisih antara arah aktual dan arah mobil yang diinginkan untuk menghasilkan pengaturan setir. (b) Model diagram blok sistem kendali setir otomobil.

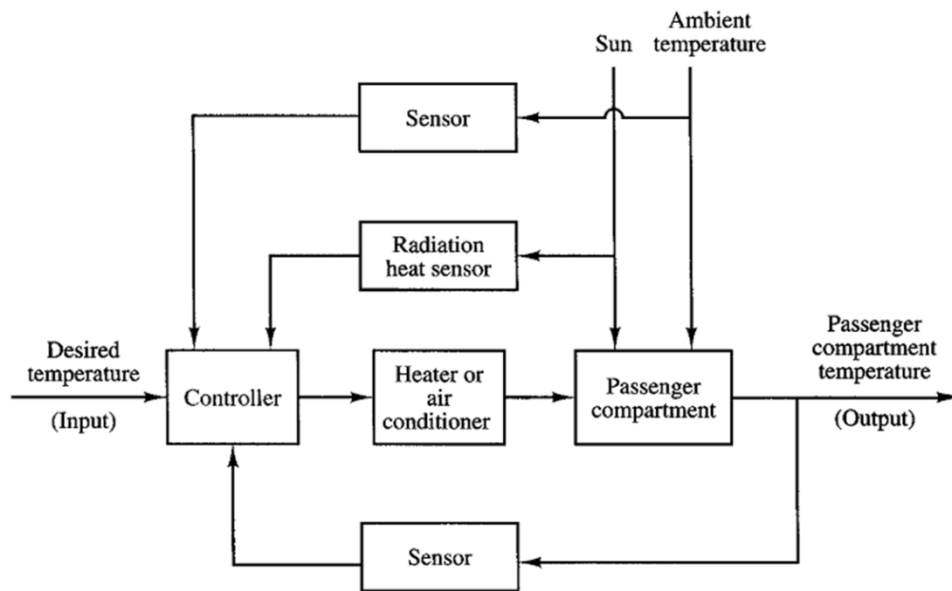




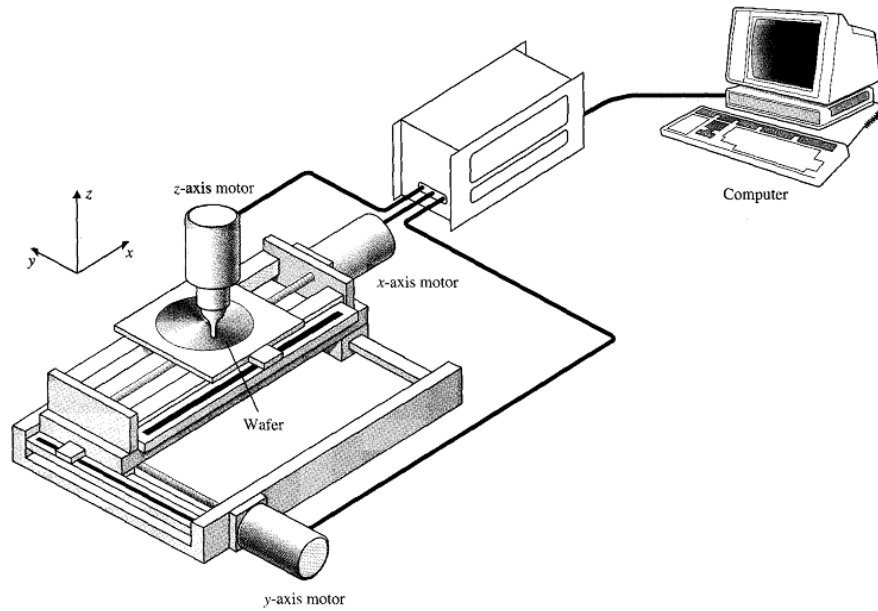
Gb.1-19(a) Sistem kendali posisi azimuth antenna. (b) Skematik. (c) Diagram blok fungsional



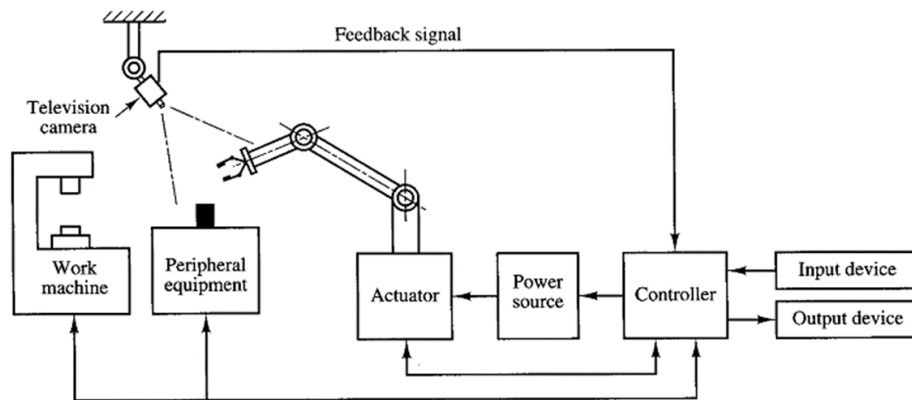
Gb.1-20. Sistem kontrol koordinasi pada boiler-generator



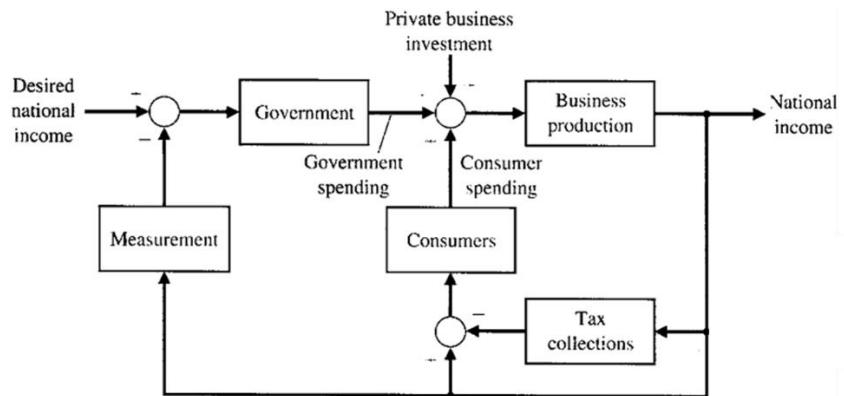
Gb.1-21. Sistem kontrol temperatur pada ruang penumpang (mobil)



Gb.1-22. Sistem kontrol posisi sumbu-tiga pada keping semikonduktor dengan kamera sangat sensitif



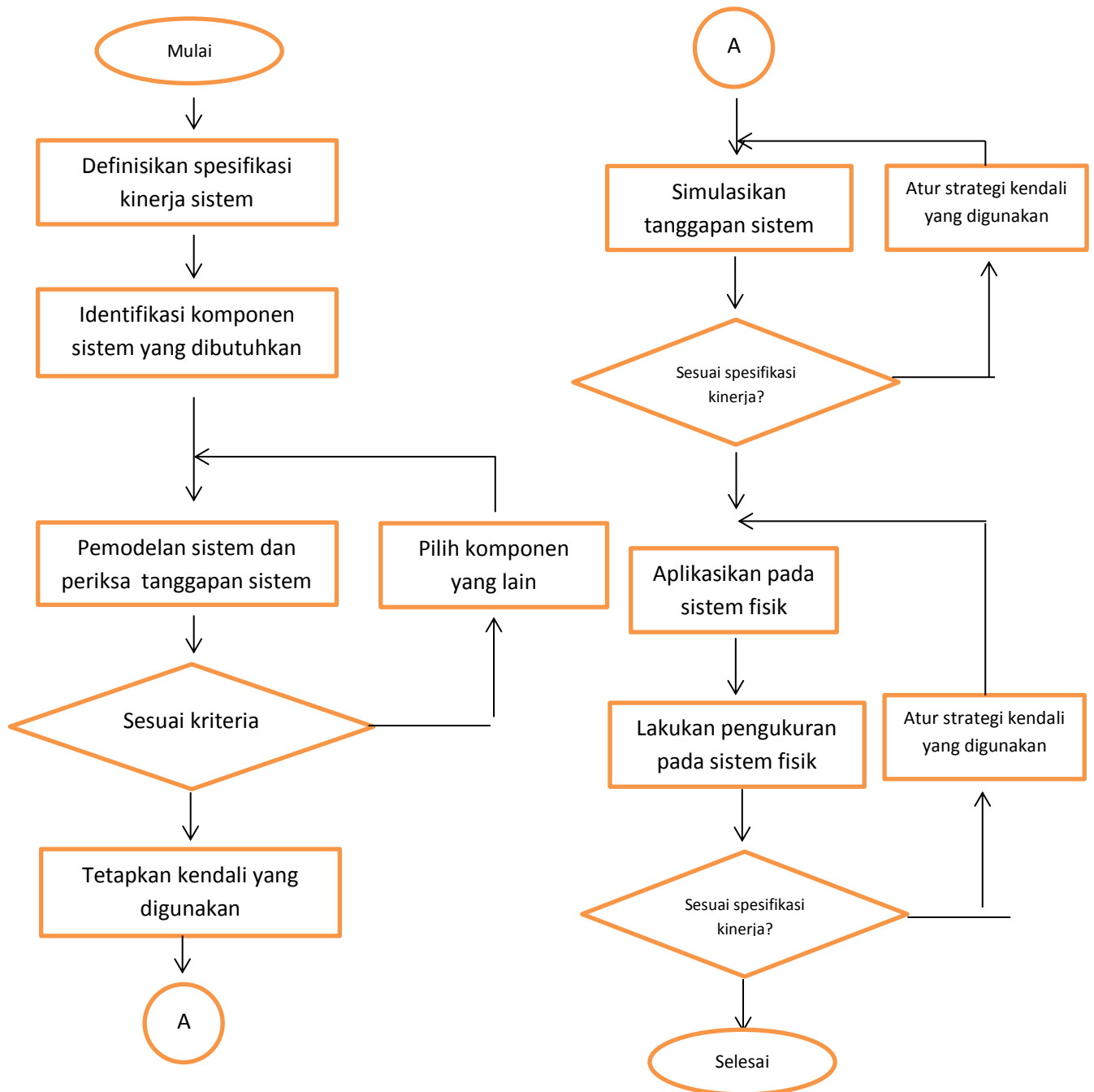
Gb.1-23. Sistem kontrol lengan robot dengan proses rekognisi-pola



Gb.1-24. Sistem kontrol dengan umpan balik pada model ekonomi

1.6 Tahapan Perancangan Sistem Kendali

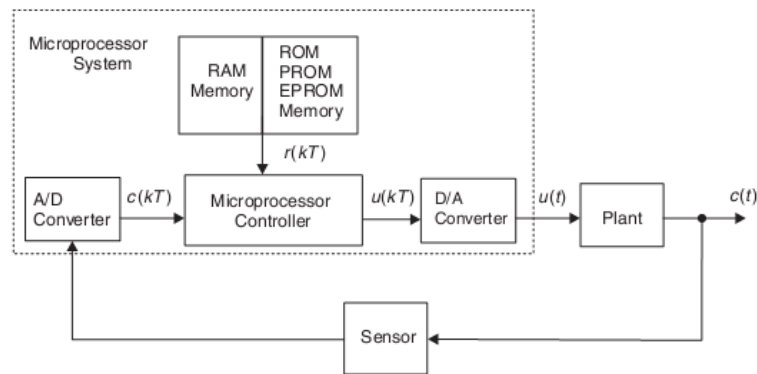
Bagaimana mendesain suatu sistem kendali merupakan permasalahan yang sering dihadapi oleh insinyur untuk merealisasikan aksi pengaturan otomatis pada sebuah proses maupun instrument, misalnya. Secara umum, prosedur perancangan ini membutuhkan beberapa langkah yang dapat digambarkan dalam diagram alir dibawah ini.



Gb. 1-25. Diagram alir perancangan suatu sistem kendali

2.1. Kendali Analog dan Diskrit

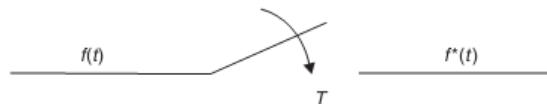
Pemanfaatan teknologi digital pada banyak aplikasi dan rekayasa teknik ikut berpengaruh pada perkembangan teknik kendali. Kemajuan teknologi komputer dan prosesor saat ini sangat menguntungkan bagi desain sistem kendali. Dari sini, tren desain kendali digital perlahan menggantikan desain kendali analog. Dapat dipahami bahwa umumnya plant maupun proses yang ingin dikendalikan merupakan besaran analog, sedangkan pengendali (controller) yang digunakan dengan adanya teknologi prosesor adalah kendali digital sehingga diperlukan perancangan kendali diskrit. Untuk itu, perlu adanya perubahan besaran fisis analog-digital dan digital ke analog.



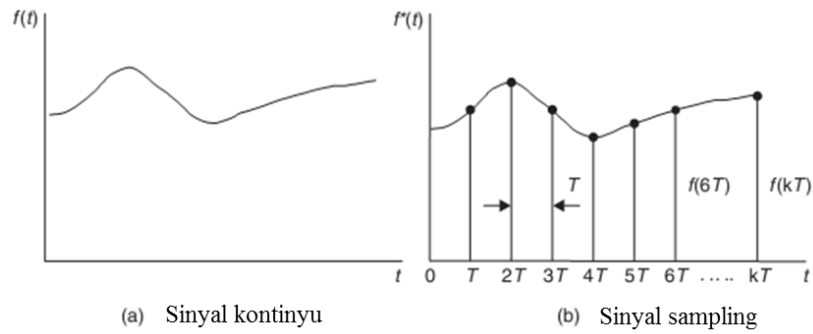
Gb.1-26. Sistem kontrol dengan mikroprosesor

Untuk proses konversi analog- digital digunakan proses penyuplikan (sampling), dimana sinyal analog $f(t)$ yang dicuplik menghasilkan

$$f^*(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(kT)\delta(t - kT) \tag{1.4}$$



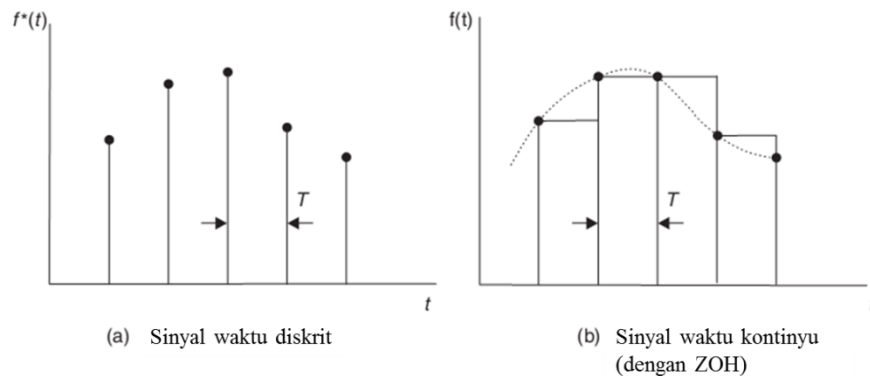
Gb.1-27. Penyuplik (sampler)



Gb.1-28. Hasil proses sampling/pencuplikan

Sementara metode paling umum dipakai untuk konversi digital-analog (D/A conversion) adalah dengan *zero-order-hold* (ZOH), dimana mengkonversi sinyal-sinyal impuls menjadi deretan pulsa dengan lebar T . Fungsi alih ZOH adalah sebagai berikut:

$$G_h(s) = \mathcal{L}[f(t)] = \frac{1}{s} - \frac{1}{s} e^{-Ts} \quad (1.6)$$



Gb.1-29. Zero Order Hold (ZOH)

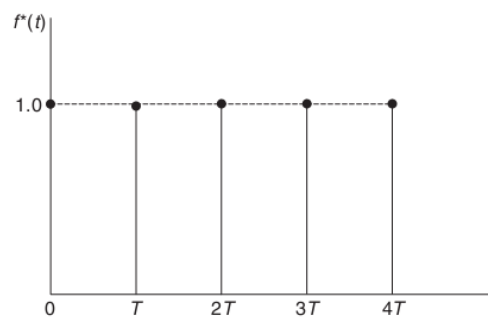
Transformasi-z

Untuk mengubah bentuk analog ke diskrit, transformasi-z merupakan salah satu model representasi dari sistem SISO waktu diskrit.

Tabel 1.1. Transformasi-z dan Transformasi Laplace

	$f(t)$ or $f(kT)$	$F(s)$	$F(z)$
1	$\delta(t)$	1	1
2	$\delta(t - kT)$	e^{-kTs}	z^{-k}
3	$1(t)$	$\frac{1}{s}$	$\frac{z}{z - 1}$
4	t	$\frac{1}{s^2}$	$\frac{Tz}{(z - 1)^2}$
5	e^{-at}	$\frac{1}{(s + a)}$	$\frac{z}{z - e^{-aT}}$
6	$1 - e^{-at}$	$\frac{a}{s(s + a)}$	$\frac{z(1 - e^{-aT})}{(z - 1)(z - e^{-aT})}$
7	$\frac{1}{a}(at - 1 + e^{-at})$	$\frac{a}{s^2(s + a)}$	$\frac{z\{(aT - 1 + e^{-aT})z + (1 - e^{-aT} - aTe^{-aT})\}}{a(z - 1)^2(z - e^{-aT})}$
8	$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$	$\frac{z \sin \omega T}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
9	$\cos \omega t$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$	$\frac{z(z - \cos \omega T)}{z^2 - 2z \cos \omega T + 1}$
10	$e^{-at} \sin \omega t$	$\frac{\omega}{(s + a)^2 + \omega^2}$	$\frac{ze^{-aT} \sin \omega T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega T + e^{-2aT}}$
11	$e^{-at} \cos \omega t$	$\frac{(s + a)}{(s + a)^2 + \omega^2}$	$\frac{z^2 - ze^{-aT} \cos \omega T}{z^2 - 2ze^{-aT} \cos \omega T + e^{-2aT}}$

Contoh 1:



$$F(z) = \mathcal{Z}[1(t)] = \sum_{k=0}^{\infty} 1(kT)z^{-k} = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-k}$$

Diperoleh

$$F(z) = \frac{z}{z-1} = \frac{1}{1-z^{-1}}$$

NB: cara sederhana yaitu dengan deret geometri

$$F(z) = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-k}$$

$$z^{-1}F(z) = \frac{z^{-1} + z^{-2} + \dots + z^{-k} + z^{-(k+1)}}{z}$$

$$(1 - z^{-1})F(z) = 1 - z^{-(k+1)}$$

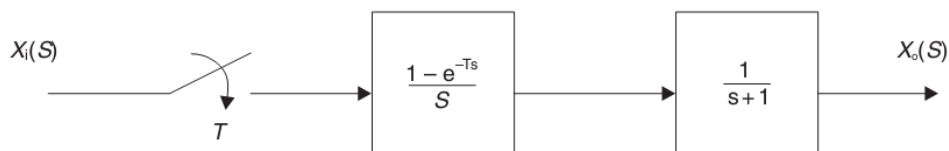
Sehingga

$$F(z) = \frac{1 - z^{-(k+1)}}{1 - z^{-1}}$$

Untuk $k \rightarrow \infty$ diperoleh $F(z) = \frac{1}{1-z^{-1}}$

Contoh 2:

Diberikan sistem data sampling orde-1 berikut



Cari fungsi alih dalam domain-z, diketahui waktu sampling $T = 0.5$ s.

$$G(s) = (1 - e^{-Ts}) \left(\frac{1}{s(s+1)} \right)$$

Dengan transformasi-z diperoleh:

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \left(\frac{z(1 - e^{-T})}{(z-1)(z - e^{-T})} \right) = \frac{1 - e^{-T}}{z - e^{-T}}$$

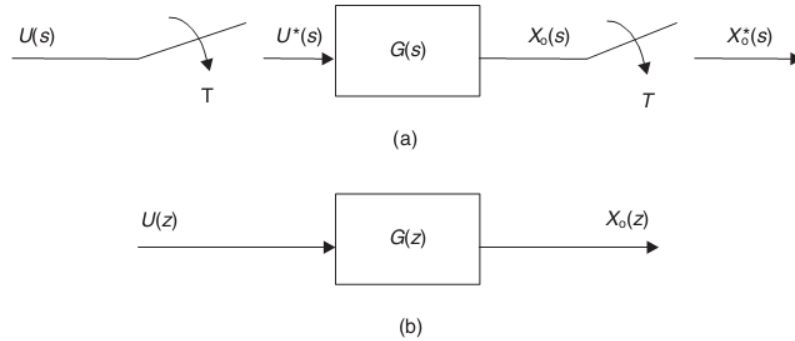
$$\frac{X_o(z)}{X_i(z)} = \frac{1 - e^{-T}}{z - e^{-T}}$$

Dengan inversi transformasi-z diperoleh:

$$x_o(kT) = e^{-T} x_o((k-1)T) + (1 - e^{-T}) x_i((k-1)T)$$

NB: Bandingkan dengan sistem sama untuk waktu-kontinyu dengan masukan unit step (tanpa ZOH) diperoleh $x_0(t) = (1 - e^{-t})$. Jika diberikan masukan unit ramp (tanpa ZOH) diperoleh $x_0(t) = (t - (1 - e^{-t}))$.

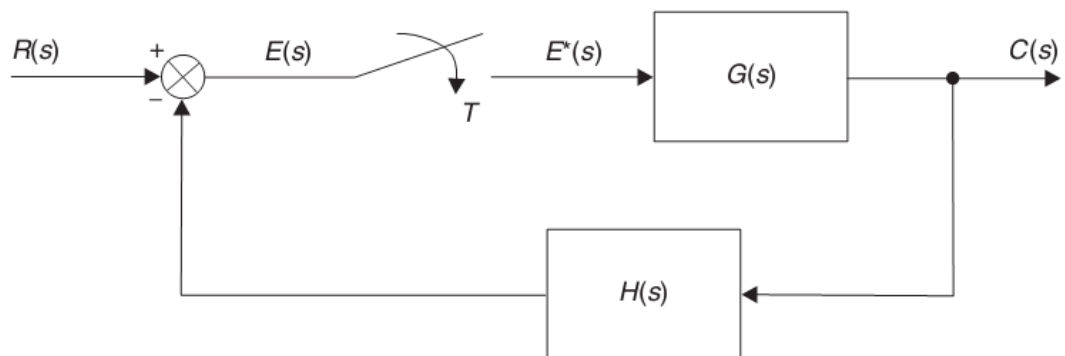
Kaitan transformasi-z dan transformasi Laplace:



Contoh 3:

Cari fungsi alih dari sistem lup tertutup berikut:

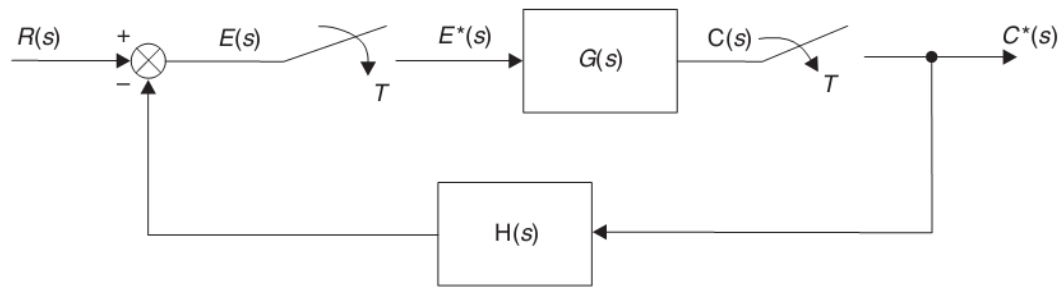
(a).



Jawab:

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + GH(z)}$$

(b).



Jawab:

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + G(z)H(z)}$$

2.2. Kendali Konvensional (Klasik) dan Modern

Teori kendali yang sering digunakan saat ini adalah teori kendali klasik atau disebut teori kontrol konvensional, teori kontrol modern, dan teori kontrol robust (Ogata, 2014).

1. Kendali klasik

Perkembangan teknologi kendali dimulai dari pengatur sentrifugal James Watt untuk kontrol kecepatan dari mesin uap pada abad ke-18. Metode respons frekuensi dan metode *root locus* adalah inti dari teori kontrol klasik, dimana mengacu kepada kestabilan sistem dan memenuhi beberapa kriteria performa tertentu (dari respons transien dan tunak sistem). Sistem tersebut dapat diterima secara umum, namun tidak optimal untuk suatu kriteria tertentu dari desain sistem kontrol. Pada akhir tahun 1950, fokus masalah desain kontrol bergeser dari konsep mendesain satu/banyak sistem kontrol (kuantitas) menjadi desain untuk satu sistem kontrol yang optimal sesuai performa tertentu yang diinginkan (kualitas).

Adapun dalam perkembangan sistem kontrol, sistem kontrol klasik yang berkaitan dengan sistem SISO (single-input single-output) menjadi kurang cocok dan *powerful* untuk diterapkan pada sistem MIMO (multiple-input multiple-output). Pada tahun 1960, dimulai era komputer digital, memungkinkan dilakukan analisis sistem kompleks dalam domain waktu dan sintesis menggunakan variabel state. Hal tersebut mendorong kompleksitas dari plant modern dan kriteria akurasi

yang tinggi, bobot, dan cost yang diimplementasikan di bidang militer, antariksa, dan aplikasi industri.

a. Analisis respons domain waktu

Analisis ini dapat dilakukan jika diketahui:

- Sifat alami/natural dari masukan/input, sebagai fungsi waktu
- Model matematis dari sistem

Respons domain waktu terdiri dari 2 komponen yaitu:

- a) Respons transien: komponen ini biasanya berbentuk eksponensial, perubahannya akan semakin kecil seiring waktu dan menuju nol pada sistem stabil (BIBO). Respons transien merupakan respon natural dari sistem dinamik, dan tidak bergantung pada masukan/input. Cara sederhana untuk menentukan respon alamiah/natural yaitu dengan memberikan input impuls pada sistem dan dilihat respons keluarannya.

Contoh 1 (MATLAB):

Sistem dengan masukan unit step $R(s) = 1/s$ dan plant dimodelkan dengan persamaan dinamik berikut:

$$G(s) = \frac{s + 5}{s^2 + 2s + 5}$$

Dengan transformasi Laplace diperoleh keluarannya:

$$\begin{aligned} C(s) &= G(s)R(s) = \left(\frac{s + 5}{s^2 + 2s + 5} \right) \left(\frac{1}{s} \right) = \frac{As + B}{s^2 + 4s + 5} + \frac{C}{s} \\ &= -\frac{s + 1}{s^2 + 2s + 5} + \frac{1}{s} = -\frac{s + 1}{(s + 1)^2 + 2^2} + \frac{1}{s} \end{aligned}$$

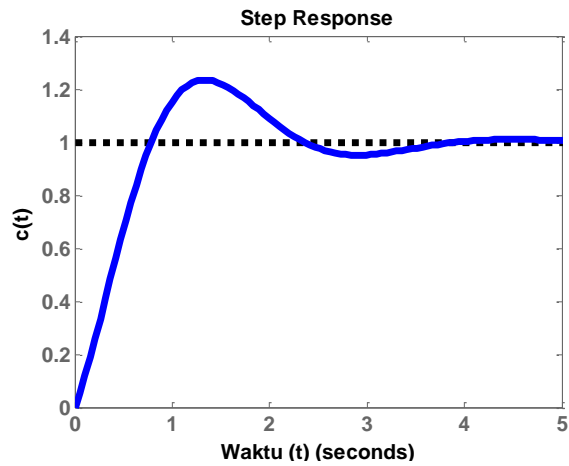
Keluaran dalam domain-waktu yaitu:

$$c(t) = (-e^{-t} \cos(2t) + 1) \cdot 1(t), \quad \text{untuk } t \geq 0$$

Syntax MATLAB:

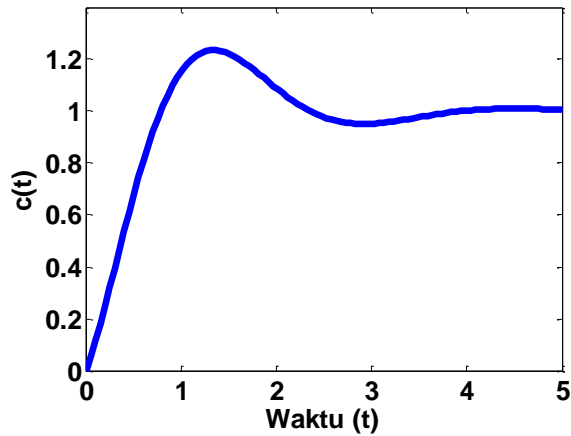
Dengan Laplace:

```
num = [0 1 5]; % Pembilang G
den = [1 2 5]; % Penyebut G
step(num,den) % Plot grafik
xlabel('Waktu (t)');ylabel('c(t)');
```

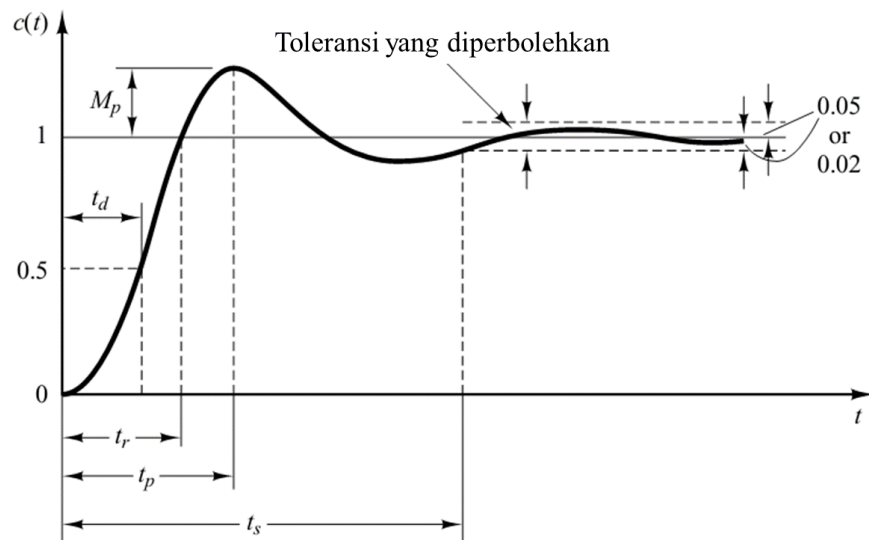


Atau hasil yang sama dapat diperoleh dalam domain waktu, t :

```
t = linspace(0,5);
C = 1 - exp(-t).*cos(2*t);
plot(t,C);
xlabel('Waktu (t)');ylabel('c(t)');
```



Spesifikasi respons transien orde-2:



Gb.1-30. Contoh respons unit step sistem orde-2, ($0 < \xi < 1$)

- Waktu *delay*, t_d : waktu yang diperlukan respons untuk mencapai setengah dari nilai akhir saat kali pertama.
- Waktu naik (*rise time*), t_r : waktu yang diperlukan respons dari 10% ke 90%, atau 5% ke 95%, atau 0% ke 100% dari nilai akhir.
- Waktu puncak (*peak time*), t_p : waktu yang diperlukan respons untuk mencapai puncak pertama pada kondisi *overshoot*.
- Overshoot maksimum ($\%M_p$): persentase nilai puncak maksimum terhadap respons keadaan tunaknya.

$$\%M_p = \frac{c(t_p) - c(\infty)}{c(\infty)} \times 100\% \quad (1.7)$$

- Waktu menetap (*settling time*), t_s : waktu yang diperlukan respons untuk mencapai range nilai akhir mutlak (2% atau 5%).

Contoh 2 MATLAB:

Mencari waktu naik, waktu puncak, overshoot maksimum, dan waktu menetap dari sistem orde-dua dan sistem orde-tinggi:

```
% Contoh 2:
%      25          1
% G(s)= ----- ; R(s)= -
%      s^2+6s+25    s
num = [25]; % Asumsi zeta = 0.6 dan wn = 5
den = [1 6 25];
t = 0:0.005:5;
[y,x,t] = step(num,den,t);
r = 1; while y(r) < 1.0001; r = r + 1; end;

% Rise Time (tr)
rise_time = (r - 1)*0.005

% Peak Time (tp)
[ymax,tp] = max(y);
peak_time = (tp - 1)*0.005

% Maximum Overshoot (%Mp)
max_overshoot = ymax-1

% Settling Time (ts)
s = 1001; while y(s) > 0.98 & y(s) < 1.02; s = s - 1; end;
settling_time = (s - 1)*0.005
```

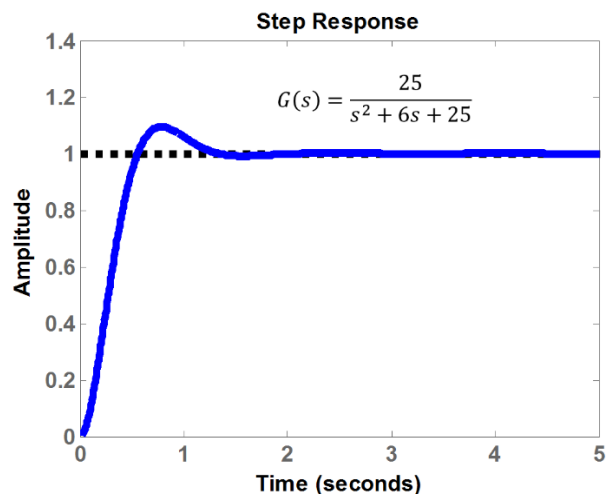
Diperoleh hasil:

```
rise_time =
    0.5550

peak_time =
    0.7850

max_overshoot =
    0.0948

settling_time =
    1.1850
```



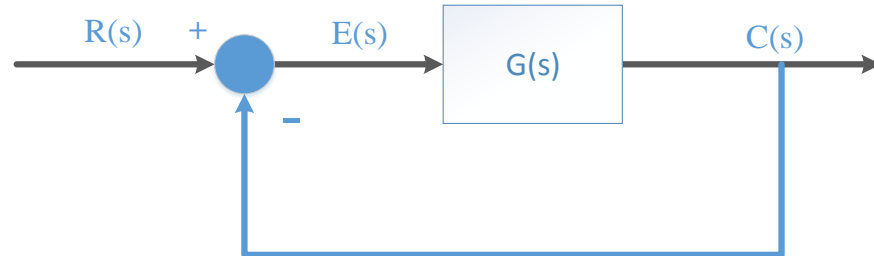
- b) Respons *steady state*/keadaan tunak: merupakan respons dari sistem setelah komponen transien.

Klasifikasi sistem kontrol:

$$G(s) = \frac{K \prod_{l=1}^m (T_l s + 1)}{s^N \prod_{k=1}^n (T_k s + 1)} \quad (1.8)$$

Dengan nilai $m < N + n$

N adalah jumlah *pole* pada titik origin \rightarrow tipe sistem (tipe- N)



Fungsi alih lup tertutup:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)} \quad (1.9)$$

Sinyal galat: $E(s) = R(s) - C(s)$

Dari kedua persamaan di atas dapat diperoleh:

$$E(s) = \frac{1}{1+G(s)} R(s) \quad (1.10)$$

Galat keadaan tunak (*steady-state error*):

$$e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)} \quad (1.11)$$

Contoh galat keadaan tunak untuk masukan sinyal unit step, sinyal unit ramp, dan sinyal parabolik/akselerasi:

Masukan Sistem	Input Step $r(t) = 1$	Input Ramp $r(t) = t$	Input Parabolik $r(t) = \frac{1}{2}t^2$
Tipe-0	$\frac{1}{1+K}$	∞	∞
Tipe-1	0	$\frac{1}{K}$	∞
Tipe-2	0	0	$\frac{1}{K}$

Dimana K adalah penguatan proporsional sistem.

- b. Analisis domain respons frekuensi

- Penguatan proporsional K

$$G(j\omega) = K$$

Magnitudo:

$$20 \log |G(j\omega)| = 20 \log |K| \text{ dB}$$

Fasa:

$$\angle G(j\omega) = 0^\circ$$

- Faktor integral dan derivatif

$$G(j\omega) = (j\omega)^{-1}$$

- Integral

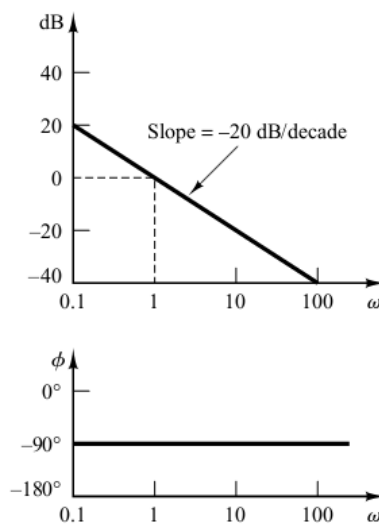
Magnitudo:

$$20 \log \left| \frac{1}{j\omega} \right| = -20 \log \omega \text{ dB}$$

Slope/gradien garis: -20 dB/dekade atau -6 dB/oktaf

Fasa:

$$\angle G(j\omega) = -90^\circ$$



- Derivatif

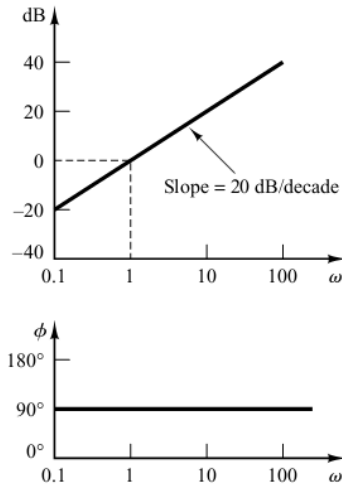
Magnitudo:

$$20 \log |j\omega| = 20 \log \omega \text{ dB}$$

Slope/gradien garis: 20 dB/dekade atau 6 dB/oktaf

Fasa:

$$\angle G(j\omega) = 90^\circ$$



- Faktor orde-1

$$G(j\omega) = (1 + j\omega T)^{-1}$$

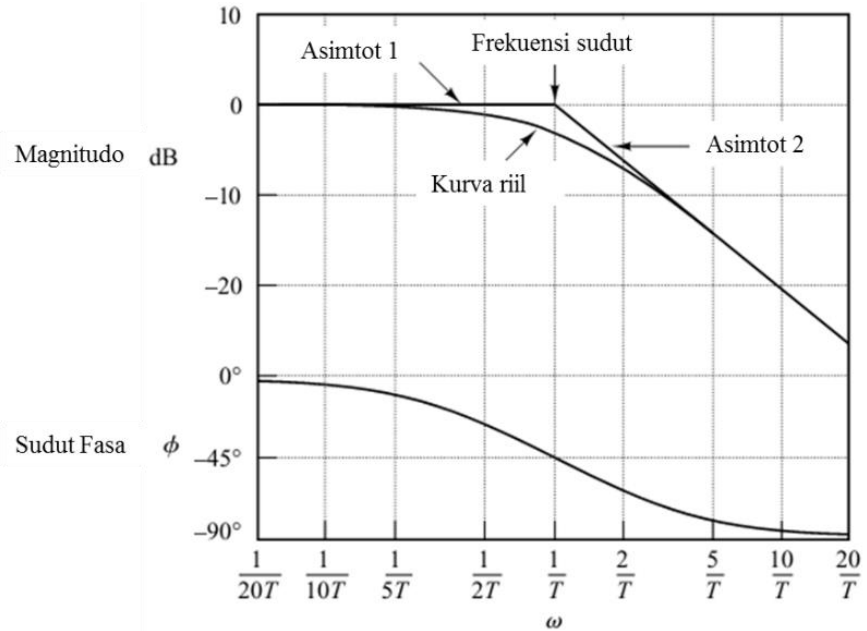
Magnitudo:

$$20 \log \left| \frac{1}{1 + j\omega T} \right| = -20 \log \sqrt{1 + (\omega T)^2} \text{ dB}$$

Pendekatan dengan 2 garis asimtot:

- $\omega \ll 1/T \rightarrow -20 \log \sqrt{1 + (\omega T)^2} \approx -20 \log(1) = 0 \text{ dB}$
- $\omega \gg 1/T \rightarrow -20 \log \sqrt{1 + (\omega T)^2} \approx -20 \log(\omega T) \text{ dB}$, jadi ketika 0 dB (titik potong kedua asimtot) $\rightarrow \omega = 1/T$ (frekuensi sudut). Selanjutnya dibuat garis dengan gradien -20 dB/dekade .

Fasa: $\angle G(j\omega) = -\tan^{-1} \omega T^\circ \rightarrow$ pada $\omega = 0$, sudut fasanya 0° . Pada frekuensi sudut $\omega = 1/T$, sudut fasanya -45° . Pada $\omega \rightarrow \infty$, sudut fasanya -90° .



- Faktor kuadratik/orde-2

$$G(j\omega) = \left(1 + 2\xi \left(j \frac{\omega}{\omega_n} \right) + \left(j \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right)^{-1}$$

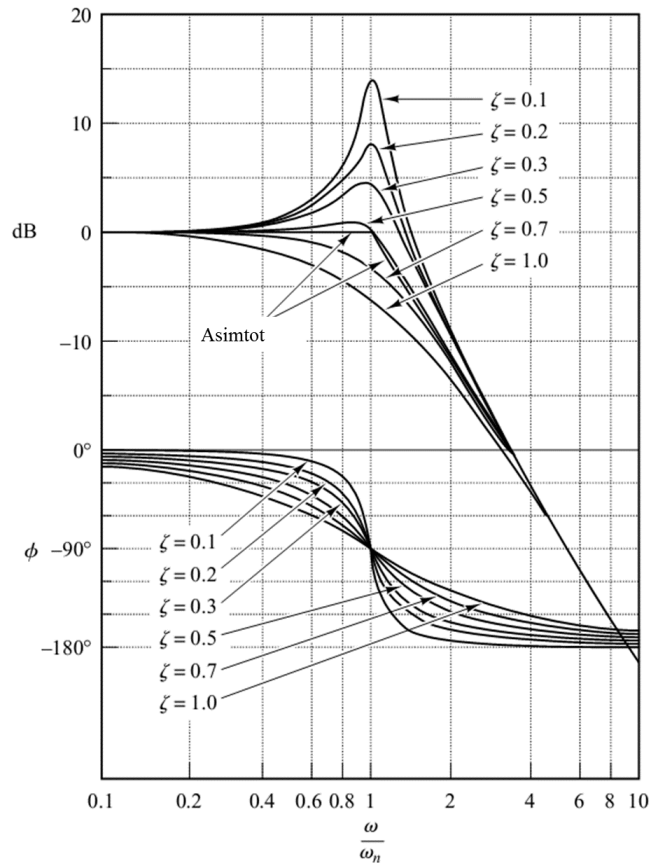
Magnitudo:

$$20 \log |G(j\omega)| = 20 \log \left| \frac{1}{1 + 2\xi \left(j \frac{\omega}{\omega_n} \right) + \left(j \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \right|$$

$$= -20 \log \left(\sqrt{1 - \left(\frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right)^2 + \left(2\xi \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2} \right)$$

Pendekatan dengan 2 garis asimtot:

- $\omega \ll 1/T \rightarrow -20 \log 1 = 0 \text{ dB}$
- $\omega \gg 1/T \rightarrow -20 \log(\omega^2/\omega_n^2) = -40 \log(\omega/\omega_n) \text{ dB}$, jadi ketika 0 dB (titik potong kedua asimtot) $\rightarrow \omega = \omega_n$ (frekuensi sudut). Selanjutnya dibuat garis dengan gradien -40 dB/dekade .
- Koefisien redaman ξ , pengaruhnya terhadap magnitudo dan sudut fasa yaitu sbb:



Fasa:

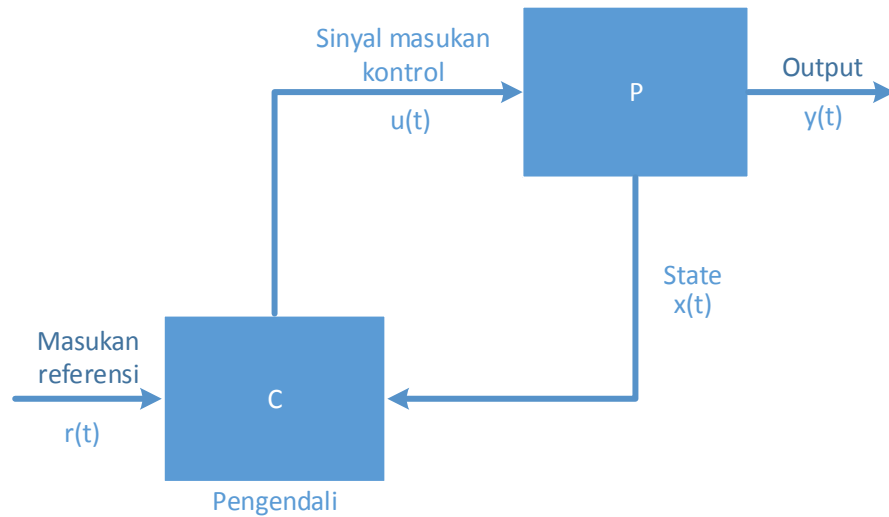
$$\angle G(j\omega) = -\tan^{-1} \left[\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right]$$

Pada $\omega = 0$, sudut fasanya 0° . Pada frekuensi sudut $\omega = 1/T$, sudut fasanya -90° . Pada $\omega \rightarrow \infty$, sudut fasanya -180° .

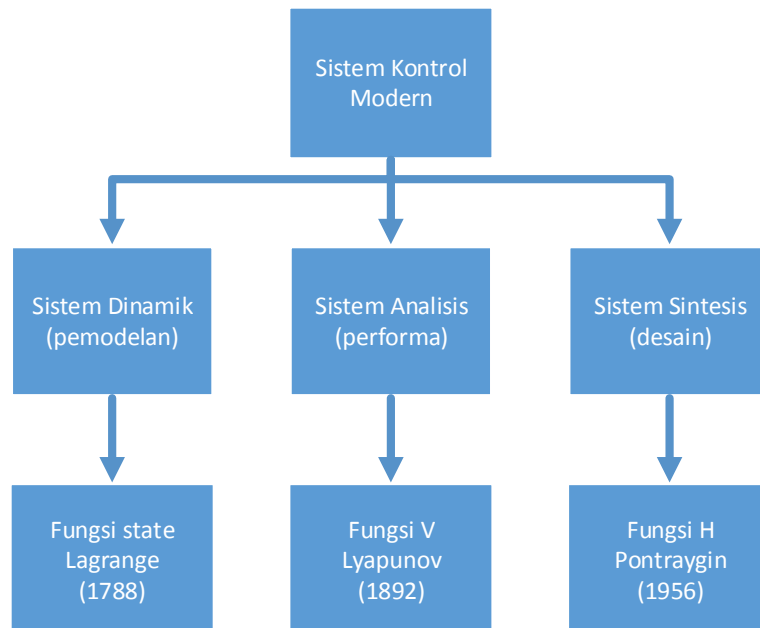
2. Kendali modern

Antara selang dari tahun 1960 sampai 1980, mulai dipelajari kontrol optimal, baik sistem deterministik maupun stokastik, begitu juga kontrol adaptif dan kontrol learning dari sistem kompleks. Sementara pada tahun 1980 sampai 1990 perkembangan teori kontrol modern dipusatkan pada kontrol robust/kokoh dan aplikasinya. Teori kontrol modern untuk sistem persamaan diferensial berbasis pada analisis domain waktu. Dengan teori kontrol modern membuat desain sistem kontrol menjadi lebih simpel karena teori berbasis pada sistem kontrol aktual dan model. Akan tetapi, kestabilan sistem akan sangat sensitif terhadap perubahan eror antara sistem aktual dan model, sehingga didesain sistem kontrol dengan pertama

menentukan setting awal dari range eror tertentu yang diperbolehkan dan lalu mendesain kontroler sedemikian sehingga jika eror dari sistem berada pada range eror yang telah dirancang, maka sistem kontrol yang didesain akan tetap stabil. Metode desain demikian merupakan prinsip dari teori kontrol robust/kokoh. Teori tersebut menggabungkan antara pendekatan respons frekuensi dan pendekatan domain-waktu. Secara matematis, relatif cukup rumit/kompleks.



Gb.1-31. Konfigurasi Kontrol Modern



Gb.1-32. Komponen Sistem Kontrol Modern

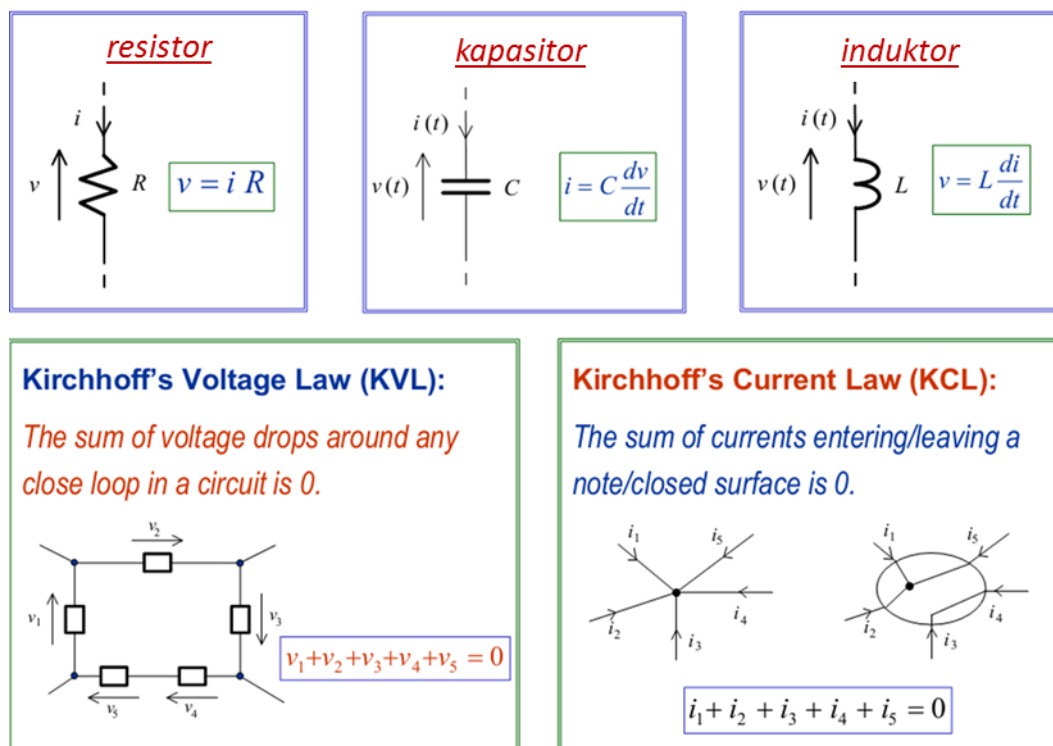
Tahap pertama dari teori sistem kontrol yaitu mencari/memformulasikan dinamika atau pemodelan dalam bentuk persamaan dinamik, sebagai contoh persamaan diferensial. Dinamika sistem pada umumnya berdasarkan pada fungsi Lagrangian. Selanjutnya sistem dianalisis sesuai kinerjanya untuk mencari kestabilan sistem, adapun teori kestabilan yang cukup terkenal yaitu kestabilan Lyapunov. Terakhir, jika kinerja sistem tidak sesuai dengan spesifikasi yang diinginkan, maka dilakukan perancangan/desain. Fungsi Lagrangian dan fungsi V Lyapunov sudah lama ditemukan, namun konsep tersebut baru digunakan pada kontrol modern. Istilah “modern” sendiri adalah relatif terhadap waktu, jadi apa yang dianggap modern saat ini, dalam beberapa tahun lagi dapat dianggap kuno. Jadi yang lebih cocok digunakan dalam memberi label teori kontrol yaitu sesuai klasifikasi tertentu (sesuai sistem/fungsinya), misalkan kontrol optimal, kontrol nonlinier, kontrol adaptif, kontrol robust, dst.

BAB 2 Pemodelan Sistem

Perilaku dinamik suatu sistem fisik dapat ditampilkan dalam bentuk model persamaan matematik. Model ini diperoleh dari karakteristik komponen sistem, seperti masa suatu sistem mekanik, resitansi sistem elektrik dan sebagainya. Atau juga bisa diperoleh dari pengukuran dan eksperimen untuk mengetahui relasi masukan dan tanggapan sebuah sistem misalnya. Disini disebutkan beberapa model matematik dari sistem elektrik, mekanik, termal sebagai berikut:

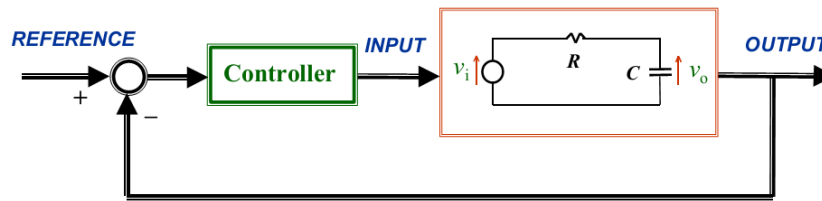
2.1. Sistem Dasar Elektrik

Model matematik dari rangkaian RLC, berdasarkan hukum Ohm dan Kirchoff untuk arus dan tegangan digambarkan berikut ini:



Gb.2-1. Rangkaian RLC dan hukum Kirchoff

Sebagai contoh, perhatikan rangkaian RLC yang akan dikendalikan dengan kendali umpan balik tertutup berikut ini:



Gb.2-2. Rangkaian RLC

Pada plant/rangkaian, dari hukum tegangan Kirchhoff:

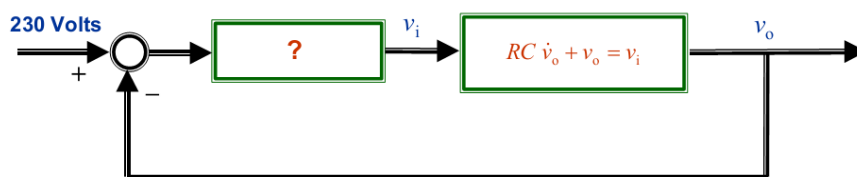
$$-v_i + Ri + v_o = 0 \quad (2.1)$$

Untuk komponen kapasitor:

$$i = C \frac{dv_o}{dt} = C \dot{v}_o \quad (2.2)$$

Maka model dinamik rangkaian menjadi:

$$RC \dot{v}_o + v_o = v_i \quad (2.3)$$



Gb.2-3. Dinamik RLC

2.2. Sistem Mekanik

Suatu elemen elastis diasumsikan menghasilkan regangan yang proporsional dengan gaya yang bekerja padanya. Untuk pegas translasi, berlaku:

$$F(t) = K(x(t) - x(0)) \quad , \quad (2.4)$$

dimana $F = \text{gaya}$, $x = \text{posisi regangan translasi}$

Sedangkan pegas rotasi,

$$T(t) = K(\theta(t) - \theta(0)) \quad (2.5)$$

Kemudian, redaman pada sistem mekanik juga dikategorikan menjadi peredam translasi dan rotasi, dimana gaya dan torsi yang dihasilkan proporsi dengan kecepatan translasi dan rotasi, masing-masing berikut ini

$$F = Cv(t) = C \frac{dx_0}{dt} \quad (2.6)$$

$$T = C\omega(t) = C \frac{d\theta_0}{dt} \quad (2.7)$$

Selanjutnya, massa pada sistem mekanik berkaitan dengan gaya dan percepatan, baik translasi maupun rotasi masing-masing berikut ini:

$$F = ma = m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2x_0}{dt^2} \quad (2.8)$$

$$T = I\alpha(t) = I \frac{d\omega}{dt} = I \frac{d^2\theta_0}{dt^2} \quad (2.9)$$

2.3. Sistem Thermal

Sistem thermal dapat dianalogikan dengan sistem elektrik, disini diperkenalkan resistansi thermal dan kapasitansi thermal.

Aliran panas pada konduksi dituliskan dalam hukum Fourier

$$Q_T = \frac{KA(\theta_1 - \theta_2)}{l} \quad (2.10)$$

dimana $A = \text{luas area yang dialiri panas}$, $l = \text{ketebalan bahan}$, $K = \text{konduktivitas}$, $Q_T = \text{aliran panas}$,

Persamaan ini dapat dituliskan dalam bentuk yang sama dengan hukum Ohm

$$(Q_1 - Q_2) = R_T Q_T \quad (2.11)$$

Dengan resistansi thermal

$$R_T = \frac{l}{KA} \quad (2.12)$$

Adapun kapasitasansi thermal, berkaitan dengan panas yang tersimpan pada suatu benda yang dirumuskan

$$H(t) = mC_p\theta(t) \quad (2.13)$$

Jika persamaan ini dibandingkan dengan elektrostatis $Q(t) = Cv(t)$, maka kapasitasansi thermalnya $C_T = mC_p$

2.4. Model Ruang Keadaan

Pendekatan ruang keadaan (state space) merupakan metode domain waktu yang digunakan pada pemodelan, analisa dan berbagai desain sistem kendali secara luas. Keadaan (state) dari suatu sistem didefinisikan sebagai sekumpulan peubah (state variable) pada beberapa waktu inisial t_0 , bersama peubah masukan menentukan perilaku sistem pada $t \geq t_0$. Peubah keadaan ini merupakan jumlah terkecil state yang diperlukan untuk mendeskripsikan dinamika sistem. Pertimbangkan sekumpulan persamaan differensial yang menggambarkan dinamika sistem berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + b_{11}u_1 + \dots + b_{1m}u_m \\ \frac{dx_2}{dt} &= a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + b_{21}u_1 + \dots + b_{2m}u_m \\ \frac{dx_n}{dt} &= a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + b_{n1}u_1 + \dots + b_{nm}u_m \end{aligned} \quad (2.14)$$

Persamaan diatas, dapat digabungkan dalam bentuk matrik persamaan keadaan:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad (2.15)$$

Dimana \mathbf{x} vektor keadaan berukuran $\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$, \mathbf{u} vektor masukan berdimensi m

$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_m \end{bmatrix}$, \mathbf{A} matrik sistem ukuran $n \times n$ dan \mathbf{B} matrik kendali ukuran $n \times m$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ b_{21} & \cdots & b_{2m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix}$$

Umumnya, keluaran (y_1, y_2, \dots, y_n) sistem linier dapat direlasikan dengan peubah keadaan dan peubah masukan:

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \tag{2.16}$$

BAB 3 Teknik *Root Locus*

Pembahasan bab ini meliputi penjelasan dan definisi *root locus*, bagaimana menggambar atau mensketsa *root locus*, bagaimana menggunakan *root locus* untuk mendapatkan *poles* sistem lup tertutup dan menjelaskan perubahan respon transien dan bagaimana menggunakan *root locus* untuk mendesain nilai parameter sistem yang sesuai dengan respon transient yang diinginkan.

3.1. Definisi *Root Locus*

Tempat kedudukan akar (*root locus*) merupakan penggambaran *pole-pole* sistem lup tertutup jika parameter gain sistem bervariasi. *Root locus* juga dapat menggambarkan stabilitas sistem. Teknik ini digunakan untuk menganalisa dan mendesain pengaruh perubahan gain pada tanggapan transient dan stabilitas sistem. Fungsi alih lup tertutup sistem dengan gain K , dituliskan:

$$T(s) = \frac{KG(s)}{1+KG(s)H(s)} \quad (3.1)$$

Dari persamaan (3.1), *pole s* akan ada jika persamaan karakteristik sistem yakni denominator=0, atau $1 + KG(s)H(s) = 0$, $KG(s)H(s) = -1$, sehingga

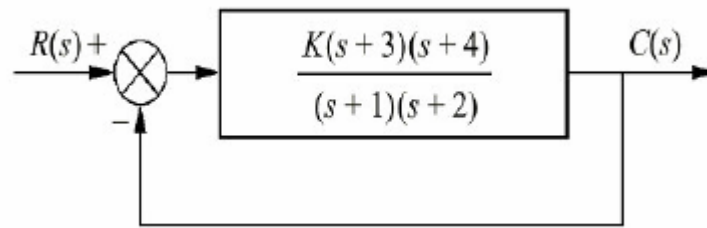
$$KG(s)H(s) = -1 = 1 \angle 180^\circ (2k + 1), k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (3.2)$$

Dengan kata lain, berlaku

$$|KG(s)H(s)| = 1, \angle KG(s)H(s) = 180^\circ (2k + 1), k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (3.3)$$

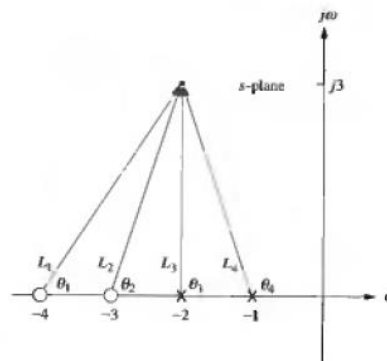
Sebagai contoh, $KGH(s) = \frac{K(s+3)(s+4)}{(s+1)(s+2)}$ maka lup tertutupnya:

$$T(s) = \frac{K(s+3)(s+4)}{(1+K)s^2 + (3+7K)s + (2+12K)}$$



Gb.3-1. Sistem Lup tertutup

Penggambaran *pole-zero* jika kita pertimbangkan sebuah titik $-2+j3$, diperoleh representasi vektor yang tergambar dibawah ini:



Gb.3-2. Representasi vektor

Apakah titik $-2+j3$ merupakan *pole* lup tertutup untuk gain K tertentu, maka perlu dihitung jumlah sudut masing-masing *pole* dan *zero* terhadap titik $-2+j3$ yang seharusnya kelipatan ganjil 180^0 .

Kita buktikan dulu berikut ini:

$$\theta_1 + \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 = 56.31^0 + 71.57^0 - 90^0 - 108.43^0 = -70.55^0$$

Artinya, titik $-2+j3$ tidak terletak di *root locus* dan bukan merupakan *pole* lup sistem tertutup untuk semua gain K .

Sebagai ganti, kita coba titik lain $-2 + j(\frac{1}{2}\sqrt{2})$

$$\theta_1 + \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 = 19.47^0 + 35.26^0 - 90^0 - 144.74^0 = -180.01^0$$

Titik melewati *root locus* dan merupakan *pole* lup tertutup untuk gain K tertentu yakni

$$K = \frac{1}{|GH(s)|} = \frac{1}{M} = \frac{\Pi \text{panjang poles}}{\Pi \text{panjang zeros}} \quad (3.4)$$

$$K = \frac{L_3 L_4}{L_1 L_2} = \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} (1.22)}{(2.12)(1.22)} = 0.33$$

3.2. Sketsa *Root Locus*

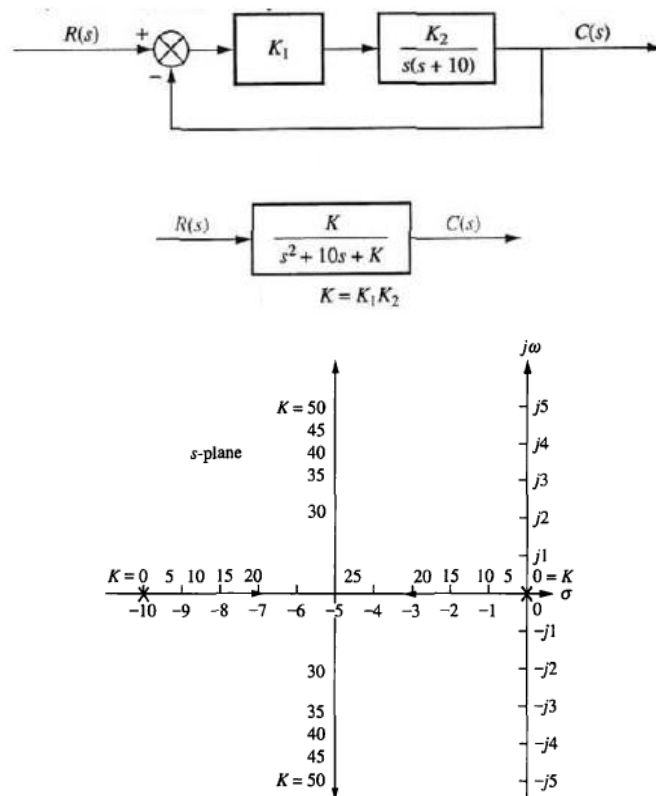
Untuk menggambarkan *root locus*, diperlukan paling tidak lima perhitungan dibawah ini:

- Jumlah cabang (branch):** Setiap *pole* lup tertutup akan bergerak seiring perubahan gain. Jika cabang didefinisikan sebagai jalur satu *pole* yang bergerak, maka akan ada satu cabang untuk setiap *pole*.

Maka berlaku:

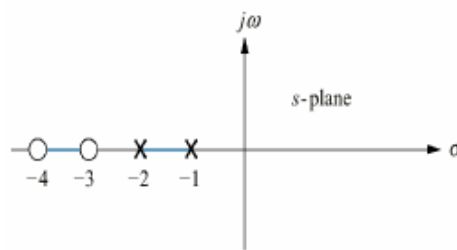
Jumlah cabang root lokus sama dengan jumlah pole lup tertutup.

Pada sistem dibawah ini, cabang berasal dari titik asal dan -10.



Gb.3-3. Sistem dengan *Root Locus*-nya

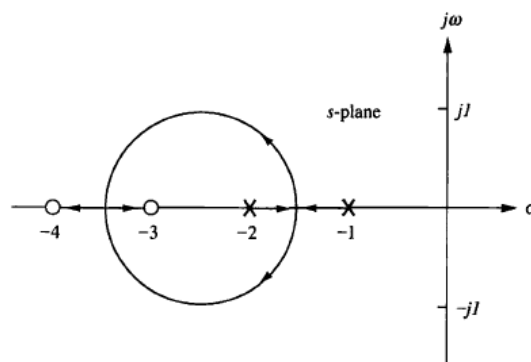
- 2.) **Simmetri** : *Root locus* simetri terhadap sumbu real. Gambar 3-3. menunjukkan kedudukan akar simetri terhadap sumbu real.
- 3.) **Segmen sumbu real** : Pada sumbu real, untuk $K > 0$, *root locus* terletak disebelah kiri bilangan ganjil pada sumbu real, *poles* dan *zeros* lup terbuka finite. Sebagai contoh, *root locus* akan terletak antara -1 dan -2, dan antara -3 dan -4.



Gb.3-4. Posisi *zeros* dan *poles* lup terbuka

- 4.) **Titik awal dan akhir**: Jika gain K pada fungsi alih lup tertutup mendekati nol, maka *poles* lup tertutup akan mendekati *pole* $GH(s)$ yang merupakan fungsi alih lup terbuka. Sebaliknya jika K mendekati tak hingga, maka *poles* lup tertutup akan mendekati *zeros* $GH(s)$. Kesimpulannya, *root locus* berawal di *pole* $GH(s)$ baik finite maupun tak finite dan berakhir di *zeros* $GH(s)$ baik finite maupun tak finite.

Sebagai contoh, sistem pada Gb.3-4 diatas, *root locus* berawal dari *poles* -1 dan -2, berakhir di *zeros* -3 dan -4.



Gb.3-5. Posisi *zeros poles* dan *root locus*

5.) **Perilaku di tak hingga.** Setiap fungsi alih lup terbuka akan memiliki jumlah *pole* dan *zero* yang sama, sehingga fungsi:

$$KGH(s) = K \frac{s + 3}{s(s + 1)(s + 2)}$$

memiliki *poles* di 0, -1 dan -2 dan *zero* di -3 dan karena jumlah *pole* dan *zero* harus sama maka fungsi diatas memiliki dua *zero* di tak hingga. Artinya bahwa *root locus* bergerak dari tiga *poles* 0,-1,-2 menuju *zero* -3 dan dua *zeros* di tak hingga.

Ketika kedudukan mendekati tak hingga, maka *root locus* akan berupa garis lurus menuju tak hingga dengan asimptot, menghasilkan perpotongan dengan sumbu real dititik σ_a dengan sudut θ_a

$$\sigma_a = \frac{\sum poles - \sum zeros}{Jumlah\ pole - jumlah\ zero}$$

$$\theta_a = \frac{(2k + 1)180^\circ}{Jumlah\ pole - jumlah\ zero}$$

dimana $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ (3.5)

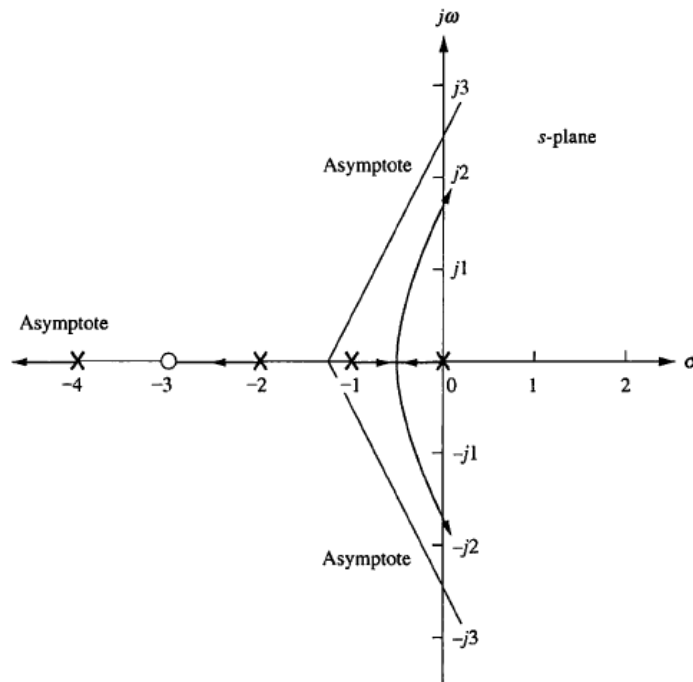
Contoh, untuk $G(s) = \frac{s+3}{s(s+1)(s+2)(s+4)}$

maka perhitungan perpotongan dengan sumbu real dan sudut asimptotnya

$$\sigma_a = \frac{0 - 1 - 2 - 4 - (-3)}{4 - 1} = \frac{-4}{3}$$

$$\theta_a = \frac{(2k + 1)180^\circ}{3} = 60^\circ, 180^\circ, 300^\circ$$

untuk $k=0, \pm 1, \pm 2$



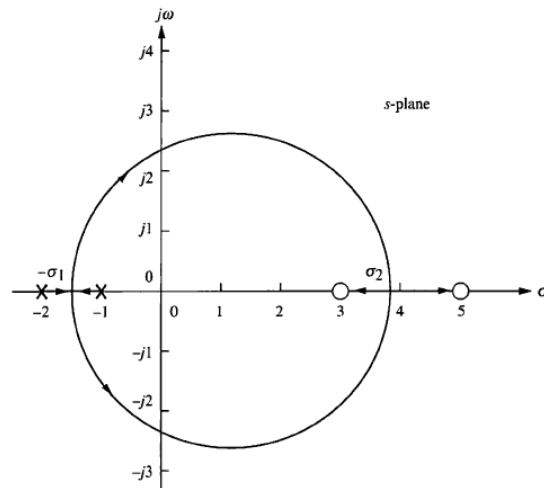
Gb.3-6. Asimptot *root locus*

Untuk memperhalus sketsa, langkah-langkah berikut perlu ditambahkan

- 6.) Titik datang dan pergi pada sumbu real.** Ada dua cara untuk menentukan titik datang (*break in point*) dan titik pergi (*break away point*). Pertama dengan meminimalkan dan memaksimalkan gain K dengan memasukkan $s = (\sigma)$ menggunakan kalkulus diferensial dari persamaan:

$$K = -\frac{1}{G(\sigma)H(\sigma)}$$

Contoh, perhatikan *root locus* sistem berikut:



Gb.3-7. Titik datang dan pergi pada sumbu real

Maka diperoleh

$$KGH(s) = \frac{K(s-3)(s-5)}{(s+1)(s+2)} = \frac{K(s^2 - 8s + 15)}{s^2 + 3s + 2} = -1$$

$$K(\sigma) = \frac{-(\sigma^2 + 3\sigma + 2)}{(\sigma^2 - 8\sigma + 15)}$$

Kemudian, turunan K terhadap σ

$$\frac{dK}{ds} = \frac{11\sigma^2 - 26\sigma - 61}{(\sigma^2 - 8\sigma + 15)^2} = 0 \text{ sehingga diperoleh titik pergi pada } \sigma = -1.45 \text{ dan titik}$$

datang pada $\sigma = 3.82$

Titik pergi dan datang pada sumbu real juga dapat ditentukan dengan relasi berikut ini:

$$\sum_1^m \frac{1}{\sigma + z_i} = \sum_1^n \frac{1}{\sigma + p_i}$$

Dimana z_i, p_i merupakan negatif zero dan pole $GH(s)$ dibawah ini

$$\frac{1}{\sigma - 3} + \frac{1}{\sigma - 5} = \frac{1}{\sigma + 1} + \frac{1}{\sigma + 2}$$

$11\sigma^2 - 26\sigma - 61 = 0$ dan akan memperoleh hasil yang sama, titik pergi pada $\sigma = -1.45$ dan titik datang pada $\sigma = 3.82$

7.) Titik potong sumbu $j\omega$

Menentukan titik potong sumbu $j\omega$ dapat dilakukan dengan kriteria Routh-Hurwitz. Nilai gain K diperoleh dengan menolkan baris *zeros* pada tabel Routh. Nilai gain K tersebut dipakai untuk menyelesaikan variable kompleks s pada polynomial genap. Contoh fungsi alih lup tertutup

$$T(s) = \frac{K(s+3)}{s^4 + 7s^3 + 14s^2 + (8+K)s + 3K}$$

Memiliki table Routh berikut

Routh table			
s^4	1	14	3K
s^3	7	$8 + K$	
s^2	$90 - K$	$21K$	
s^1	$\frac{-K^2 - 65K + 720}{90 - K}$		
s^0	$21K$		

Nilai K diperoleh dari

$$-K^2 - 65K + 720 = 0, K = 9.65$$

Polinomial genap s^2 dengan $K = 9.65$

$$(90 - K)s^2 + 21K = 0, \text{ diperoleh } s = j\omega = \pm j1.59$$

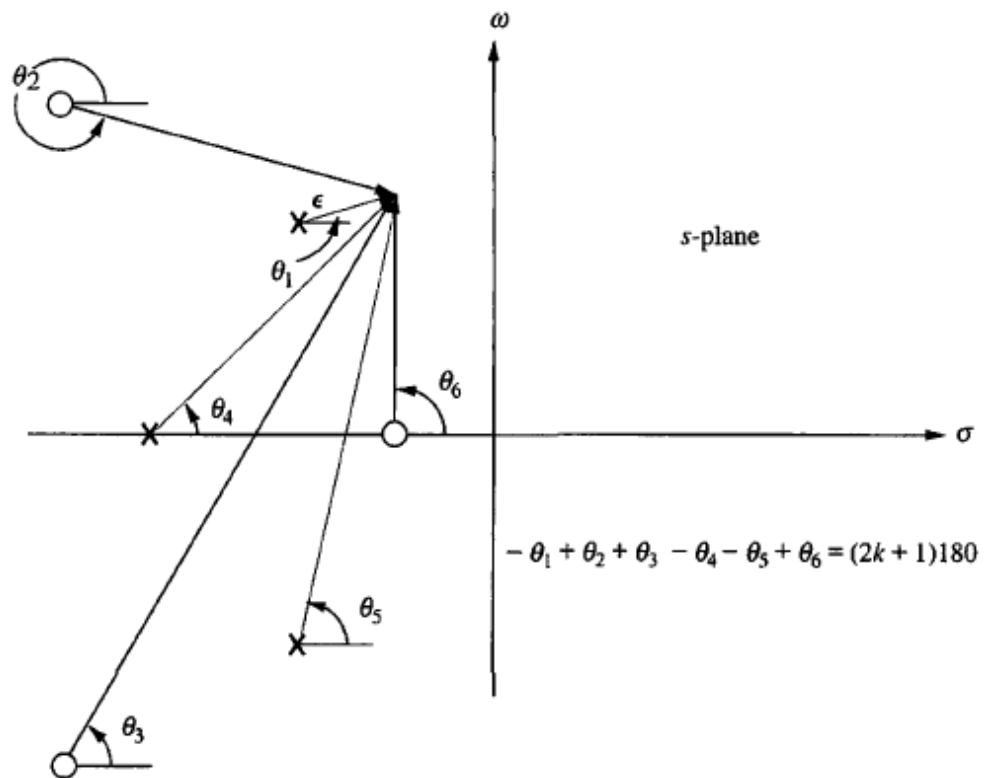
Maka *root locus* akan memotong $j\omega = \pm j1.59$ pada $K = 9.65$ artinya sistem stabil untuk $0 \leq K < 9.65$

8.) Sudut keberangkatan dan kedatangan

Root locus berawal dari *poles* dan berakhir di *zeros* lup terbuka. Supaya akurat, sudut keberangkatan berawal dari *poles* kompleks dan sudut kedatangan di *zeros* kompleks. Dengan mengasumsikan suatu titik ϵ pada root locus yang dekat dengan pole kompleks, maka jumlah semua sudut yang ditarik dari poles dan zeros merupakan kelipatan ganjil dari sudut 180° , yakni

$$-\theta_1 + \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 + \theta_6 = (2k + 1)180^\circ \text{ atau}$$

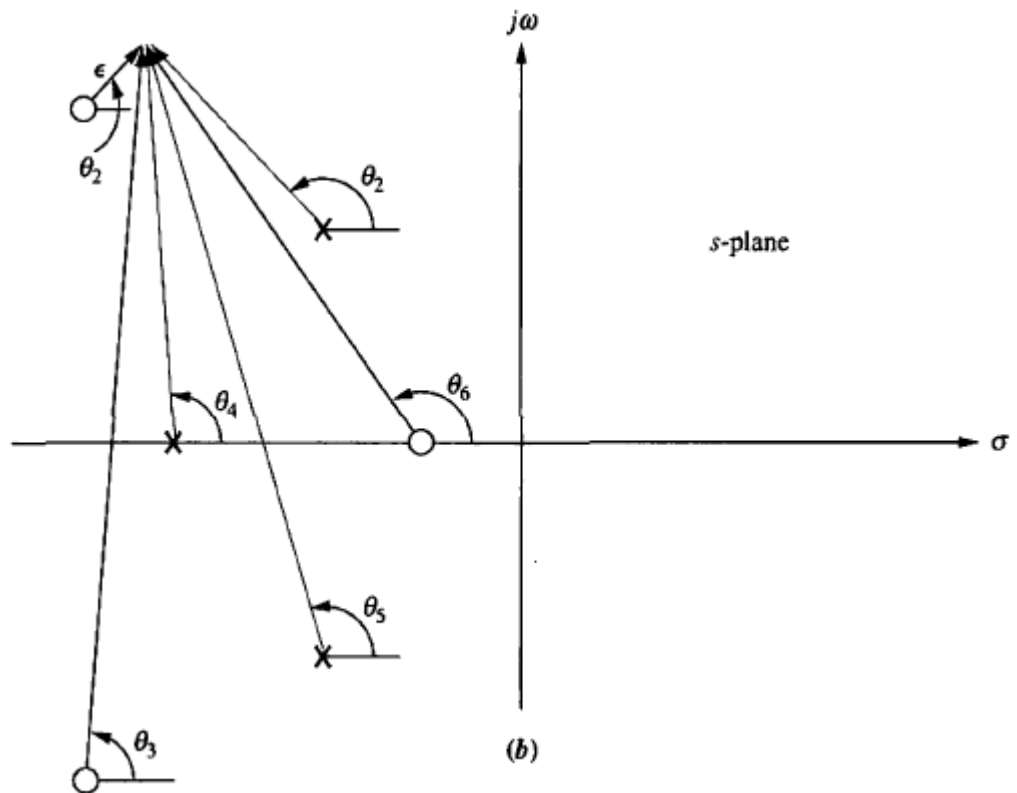
$$\theta_1 = \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 + \theta_6 - (2k + 1)180^\circ$$



Gb.3-8. Perhitungan poles zeros lup terbuka untuk sudut keberangkatan

Selanjutnya, dengan mengasumsikan suatu titik ϵ pada *root locus* yang dekat dengan *zero* kompleks, maka jumlah semua sudut yang ditarik dari *poles* dan *zeros* merupakan kelipatan ganjil dari sudut 180° , yakni

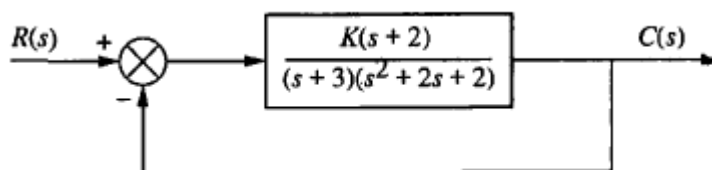
$$\theta_2 = \theta_1 - \theta_3 + \theta_4 + \theta_5 - \theta_6 + (2k + 1)180^\circ$$



Gb.3-9. Perhitungan poles zeros lup terbuka untuk sudut kedatangan

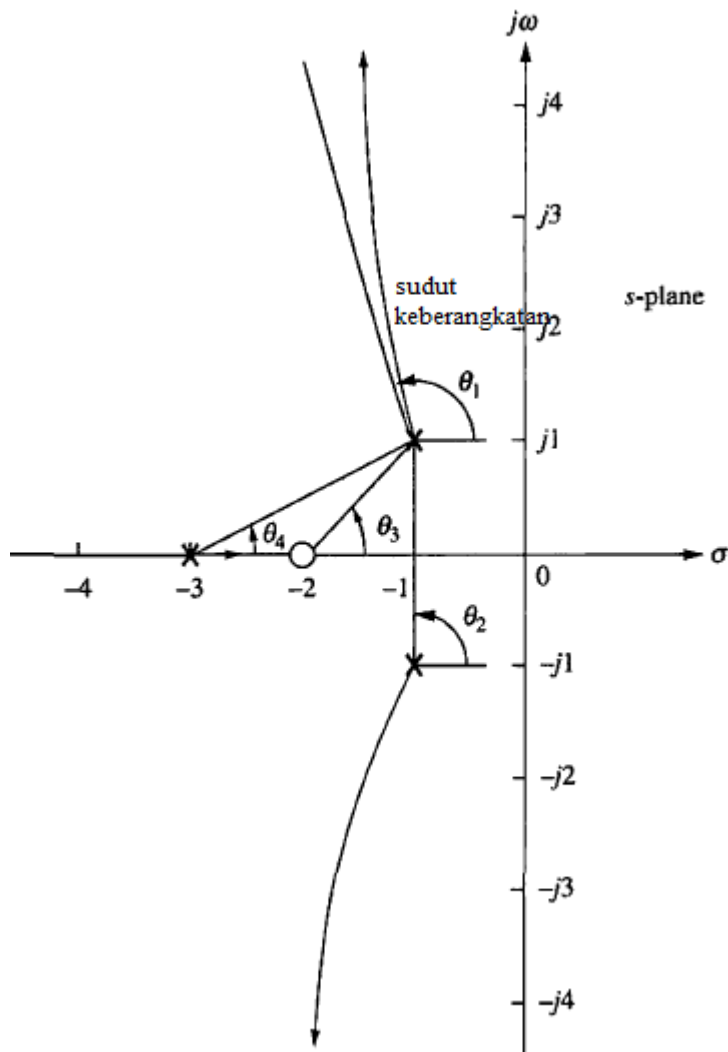
Sebagai ilustrasi untuk menghitung sudut keberangkatan dari poles kompleks dan sketsa root locusnya, berikut contoh kasus sistem dengan umpan balik

$$G(s) = \frac{(s + 2)}{(s + 3)(s^2 + 2s + 2)}$$



Gb.3-10. Blok diagram lup tertutup dengan umpan balik unity

Posisi ε berdekatan dengan titik pole kompleks $s = -1 + j$



Gb.3-11. Root Locus dan sudut keberangkatan

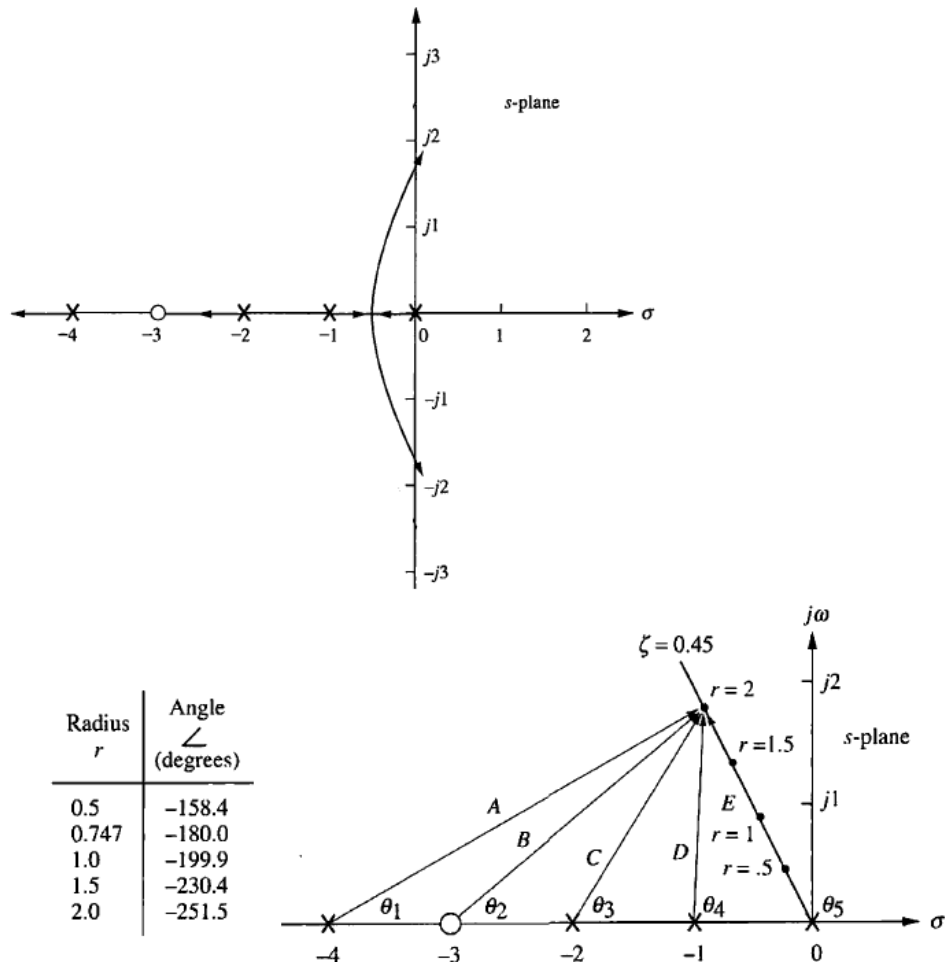
Berlaku $-\theta_1 - \theta_2 + \theta_3 - \theta_4 = -\theta_1 - 90^\circ + \tan^{-1}\left(\frac{1}{1}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 180^\circ$

Sudut keberangkatan $\theta_1 = 108.4^\circ$

9.) Ploting dan Kalibrasi Root Locus

Perlu kalibrasi lanjut supaya penggambaran (ploting) root locus supaya lebih akurat. Sebagai contoh, kita mungkin ingin mengetahui, koordinat eksak dari root locus saat memotong garis radial yang menunjukkan

overshoot 20%. Sebuah root locus dengan garis radial yang menggambarkan rasio redaman $\zeta=0.45$ dapat digambarkan berikut:



Gb.3-12. Root Locus dan garis radial untuk $\zeta=0.45$

Jika kita memeriksa setiap titik pada garis radial tersebut, misalkan $r=0.5$, 0.747, 1, 1.5, dan 2 dapat dilihat besar sudut terhadap semua pole dan zero. Terlihat bahwa pada $r=0.747$ jumlah besar sudut $-\theta_1 + \theta_2 - \theta_3 - \theta_4 - \theta_5 = -180^\circ$, artinya kelipatan ganjil $\pm(2k+1)$ sudut 180° , sehingga pada titik tersebut merupakan salah satu dari kedudukan akar/ root locus.

Pada titik ini, gain K sebesar:

$$K = \frac{1}{|GH(s)|} = \frac{1}{M} = \frac{\Pi \text{panjang_poles}}{\Pi \text{panjang_zeros}} = \frac{|A||C||D||E|}{|B|} = 1.71$$

Bab 4 Desain Via *Root Locus*

Tempat kedudukan akar (*root locus*) memungkinkan kita untuk memilih gain lup yang sesuai dengan spesifikasi respon transient. Perubahan gain akan membawa ke area respon yang bervariasi, tentu dengan batasan sepanjang lintasan kedudukan akar tersebut. Kita dapat mengkompensasi sistem dengan tambahan *poles* dan *zeros* sehingga sistem terkompensasi memiliki *poles* sepanjang lintasan *root locus* dengan gain yang bervariasi. Kompensator juga digunakan untuk memperbaiki karakteristik kesalahan steady state. Umumnya respon transient diperbaiki dengan penambahan diferensiator dan respon steady state diperbaiki dengan integrator. Pada bab ini kita akan mempelajari bagaimana metode *root locus* digunakan untuk mendesain:

- Kompensator kaskade untuk memperbaiki kesalahan steady state
- Kompensator kaskade untuk memperbaiki respon transient
- Kompensator kaskade untuk memperbaiki kesalahan steady state dan sekaligus memperbaiki respon transient
- Kompensator umpan balik untuk memperbaiki respon transient
- Realisasi fisik desain kompensator

Untuk memperbaiki respon steady state, dapat didesain sebuah kompensator dengan integrasi murni. Adapun untuk memperbaiki respon transient, diperlukan kompensator dengan diferensiasi murni. Kompensator dengan integrasi murni atau diferensiasi murni merupakan kompensator ideal, yang pada praktiknya diaplikasikan dengan jaringan aktif (active networks) yang membutuhkan penguat aktif dan catu daya.

Tujuan Pembelajaran:

- Dapat menggunakan *Root Locus* untuk mendesain kompensator (Fasa mundur) yang dapat memperbaiki error steady state sistem closed loop.
- Dapat menggunakan *root locus* untuk mendesain kompensator (Fasa Maju) yang memperbaiki respon transien sistem closed loop.

- Dapat menggunakan *root locus* untuk mendesain kompensator (Fasa maju-mundur) yang dapat memperbaiki error steady state maupun respon transien sistem closed loop
- Dapat merealisasikan kompensator dalam bentuk rangkaian analog secara secara fisik

Studi Kasus Hasil pembelajaran :

- Desain sistem kendali kendali posisi azimuth antena untuk perbaikan transien dan steady state error
- Desain sistem kendali sudut pitch dan heading untuk UFSS vehicle untuk perbaikan respon transien dengan 2 metoda kompensatro cascade dan kompensator feedback

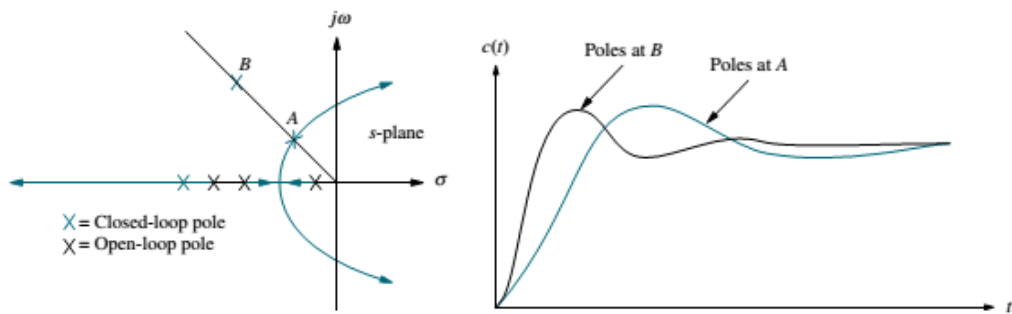
4.1. Pendahuluan

Root Locus dapat membolehkan kita untuk memilih loop gain $GH(s)$ yang sesuai sehingga loop gain ini dapat memenuhi spesifikasi transien dan steady state. Pengaturan nilai K pada $GH(s)$ dapat mengakibatkan perubahan pada respon transien dan steady state. Spesifikasi transien dinyatakan dengan *pole* *pole* yang ditunjuk oleh gain K pada *root locus*. Dengan pengaturan nilai K saja (Desain yang paling sederhana) maka ini akan membatasi spesifikasi transiennya hanya pada titik titik yang ada pada *root locus* saja. Jika diinginkan respon transien selain pada zona *root locus* awal maka perlu dibentuk *root locus* yang baru dengan menambahkan suatu kompensator.

Ada 3 macam perbaikan yang dapat dilakukan oleh suatu kompensator

- a. Perbaikan respon transien
- b. Perbaikan steady state
- c. Perbaikan transien dan steady state.

4.2. Perbaikan Respon Transien



Gb.4-1. Perbaikan transient dengan root locus

Perhatikan gambar di atas, titik titik *pole* pada bidang *s* dapat merepresentasikan respon dari sistem. Terlihat dari gambar sebelah kanan dari gambar di atas, menunjukkan bahwa respon sistem dengan warna hitam diperoleh ketika *pole pole*nya ada di titik B, begitu juga dengan yang berwarna biru menyatakan respon sistem yang diperoleh dari *pole pole* pada titik A. Garis yang menghubungkan titik A dan B menyatakan garis faktor redaman konstan, artinya titik titik yang ada pada garis ini akan memiliki respon transien dengan nilai redaman sama akibatnya overhoot dari respon sistem akan sama juga.

Gambar Respon transien yang diakibatkan oleh titik A dan B adalah contoh bagaimana perbaikan respon transien dilakukan. Terlihat bahwa respon transien pada *pole pole* dititik B mempunyai respon yang lebih baik dalam hal ini respon transien B lebih cepat dari A. Salah satu cara bagaimana memperbaiki respon transien ini adalah dengan mengganti loop gain $GH(s)$ (sistem open loop / kendalian) dengan cara mengganti besaran fisik yang ada pada kendalian tersebut. Misalnya kendalian yang digunakan adalah motor DC, maka untuk mengganti loop gain $GH(s)$ awal sehingga diperoleh $GH(s)$ baru yang hasil *root locus*nya melewati titik B maka dapat dengan cara mengganti jumlah lilitan pada motor DC tersebut, atau mengganti besar resistansi pada motor DC tersebut. Walaupun cara ini dapat mengganti nilai $GH(s)$ sehingga *root locus*nya dapat berubah, cara seperti ini dinilai tidak efektif dan mahal.

Cara lain yang lebih efektif digunakan untuk mengganti *root locus* adalah dengan menambahkan suatu kompensator $GH(s)$ lama. Pada dasarnya kompensator ini akan menambahkan *pole* dan *zero* pada sistem open loopnya sedemikian rupa sehingga $GH(s)$ yang baru akan membentuk *root locus* yang baru yang akan melewati titik B. kelemahan yang mungkin terjadi jika proses ini dilakukan adalah orde sistem yang bertambah sehingga akan memberikan pengaruh pada respon sistem closed loopnya. Oleh karena itu, untuk menjamin hasil desain kita sudah sesuai atau belum maka perlu dilakukan simulasi setelah proses desain selesai dilakukan. Proses desain yang dilakukan via *root locus* ini adalah desain yang menghasilkan 2 buah *pole* dominan sistem orde-2 dan tentu saja jika orde sistem yang dihasilkan dari penambahan kompensator ini lebih dari 2 maka hasil responnya tidak akan persis sama dengan hasil respon sistem murni orde 2. Salah satu contoh kompensator yang memperbaiki respon transien adalah diferensiator. Misalkan sistem kendali posisi sudut pada motor DC dengan input unit Step, maka pada saat awal akan terjadi perubahan posisi yang besar pada nilai keluaran sistem kendali posisi ini perubahan yang besar ini akan menghasilkan nilai sinyal yang besar jika diinputkan ke diferensiator akibatnya sinyal ini akan menyebabkan motor memperoleh sinyal yang lebih besar dan respon yang lebih cepat. Pada nilai akhir ketika nilai error sudah mendekati nol dan tidak mengalami perubahan yang berarti maka hasil dari diferensial akan mendekati samadengan nol.

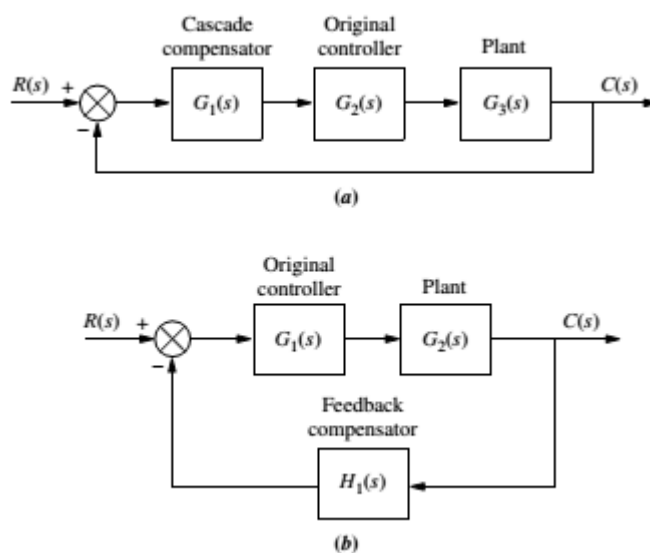
4.3. Perbaikan Error Steady State

Kompensator tidak hanya digunakan untuk memperbaiki respon transien saja tetapi dapat juga secara independen untuk memperbaiki steady state error. Sebelumnya, jika penguatan K pada sistem open loop $GH(s)$ diatur sehingga dapat diperoleh respon transien yang diinginkan maka error steady state akan berubah sesuai dengan nilai K ini. Makin besar nilai K maka steady state error akan semakin kecil, tetapi nilai overshoot semakin besar. Sebaliknya, jika K diperkecil maka overshoot juga mengecil, tetapi nilai error steady state membesar. Dengan menambahkan kompensator yang tepat dapat dibuat error steady state yang mengecil tanpa mengganggu respon transien dari sistem ketika sebelumnya belum ditambahkan kompensator ini.

Steady state error dapat diperbaiki tanpa mengganggu respon transien dengan cara menambahkan *pole* open loop $GH(s)$ pada titik origin, sehingga akan menaikkan tipe sistem . Untuk merealisasikan penambahan *pole* pada titik origin ini adalah dengan menggunakan suatu integrator.

Konfigurasi

Ada 2 konfigurasi pada kompensator yang digunakan pada sistem closed loop ini. Gambar berikut adalah konfigurasi penempatan kompensator yang digunakan yaitu secara cascade (seri) dan secara feedback .



Gb.4-2. Struktur Kompensator

Kompensator

Kompensator direalisasikan dengan rangkaian aktif dan rangkaian pasif . Rangkaian aktif salah satu contohnya adalah Op – Amp , pada realisasinya rangkaian aktif ini membutuhkan sumber daya luar untuk pengoperasiannya berbeda dengan rangkaian pasif contohnya rangkaian RLC tidak memerlukan sumber daya luar sehingga lebih hemat biaya. Ideal kompensator seperti integrator murni atau diferensiator murni hanya dapat direalisasikan dengan menggunakan

rangkaian aktif sedangkan untuk kompensator lainnya dapat direalisasikan baik dengan rangkaian aktif maupun pasif.

4.4. Perbaikan Steady state error via Kompensator cascade

Pada bagian ini akan didiskusikan 2 cara bagaimana untuk memperbaiki error steady state pada sistem kendali closed loop dengan metoda kompensasi secara cascade. Tujuan utama yang penting pada penambahan kompensator ini adalah untuk mengurangi error steady state tanpa mempengaruhi respon transien dari sistem closed loopnya.

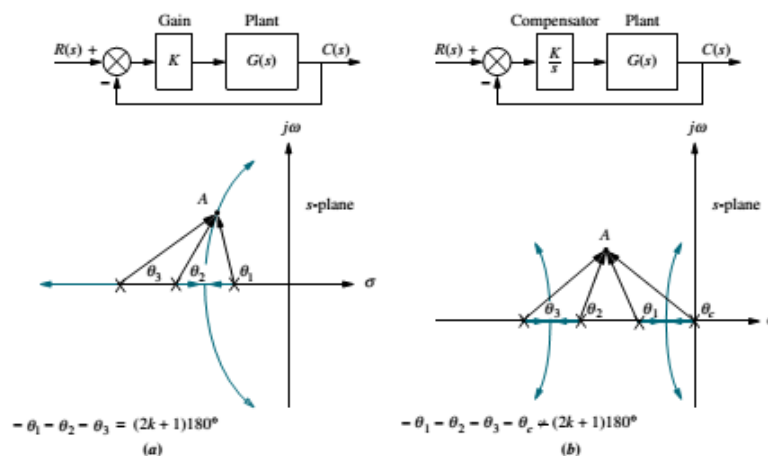
Dua kompensator untuk perbaikan error steady state adalah

- a. Kompensator PI (proporsional integral)
- b. Kompensator Fasa mundur

Kompensator PI terdiri dari 2 bagian yaitu bagian proporsional dan integral. Nilai error pada sistem closed loop akan diumpun ke kedua bagian ini , kemudian dijumlahkan dan terakhir outputnya diumpunkan ke plant. Metoda yang kedua adalah kompensator fasa mundur. Kompensator ini dinamakan fasa mundur karena dari karakteristik frekuensi responnya yang mempunyai sudut fasa selalu bernilai negatif (mundur/ lag).

Kompensator PI

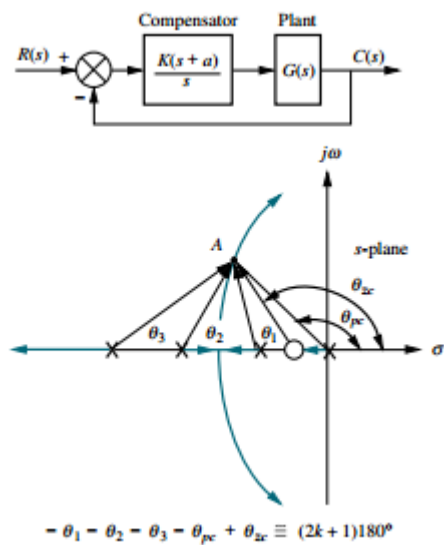
Sebelumnya kita perhatikan terlebih dahulu gambar dibawah berikut:



Gb.4-3. Kompensator

Gambar diatas menyatakan efek yang terjadi ketika pada sistem diberikan kompensator ideal yaitu integrator . Penambahan *pole* pada origin menyebabkan *root locus* berubah dan mengakibatkan spesifikasi transien pada sistem closed loop yang sebelumnya dinyatakan oleh titik A menjadi berubah karena setelah adanya penambahan *pole* di origin titik A tidak lagi dilalui oleh *root locus*. Jika dihitung total sudut pada titik A pada *root locus* yang baru tidak akan sama dengan 180 derajat. Kesimpulannya , ideal kompensator integrator ini walaupun dapat mengurangi error steady state tetapi mengubah atau dapat mengganggu respon transien .

Hal berbeda jika yang digunakan adalah kompensator PI. Dengan penambahan *zero* yang letaknya berdekatan dengan titik origin mengakibatkan gambar dari *root locus* yang baru tidak mengalami perubahan yang signifikan. Titik A yang merepresentasikan respon transien sistem tetap dilalui oleh *root locus* yang baru, seperti terlihat pada gambar berikut:



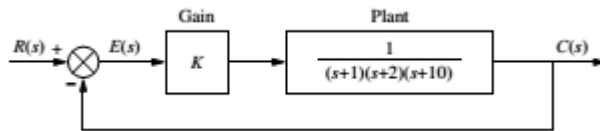
Gb.4-4. Kompensator PI

Sebetulnya, titik A tidaklah benar benar dilalui , namun perubahannya kecil sekali dan dapat dianggap bahwa titik A masih dilalui oleh *root locus* yang baru. Pada

gambar tersebut diasumsikan bahwa $\theta_z \cong \theta_p$ karena letak dari *zero* dan *polonya* yang saling berdekatan.

Contoh Soal 1. Perbaiki Respon Steady state (Kompensator PI)

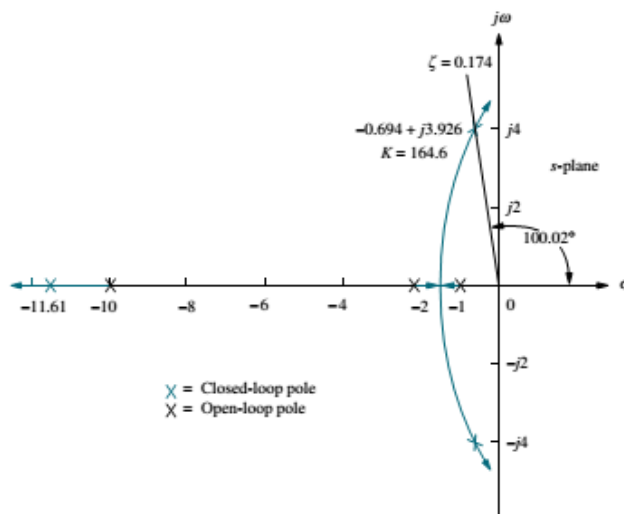
Problem :



Diberikan sistem closed loop yang beroperasi dengan ratio redaman 0.174 . Tunjukkan bahwa jika diberikan suatu kompensator PI dapat mengurangi error steady state menjadi nol jika diberikan input unit step tanpa mempengaruhi respon transiennya. Pilih *zero* dari kompensator ini yang cukup dekat dengan titik origin yaitu -0.1 sehingga kontribusi sudut yang dihasilkan dari kompensator ini samadengan nol ketika diinputkan dengan *pole* dominan yang lama.

Solusi :

Pertama analisa terlebih dahulu sistem sebelum terkompensasi dan tentukan lokasi dari *pole* dominan yang menyebabkan rasion redaman 0.174.



Pole dominan yang diperoleh adalah $0.694 \pm j3.926$ pada nilai $K = 164.6$, dan *pole* ketiga pada -11.61

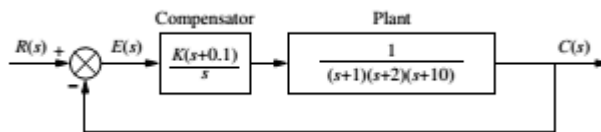
Selanjutnya evaluasi nilai error steady state awal untuk input unit step. Dari nilai $K = 164.6$ maka dapat diperoleh konstanta galat posisi static :

$$K_p = \lim_{s \rightarrow 0} GH(s) = \frac{164.6}{(1)(2)(20)} = 8.23$$

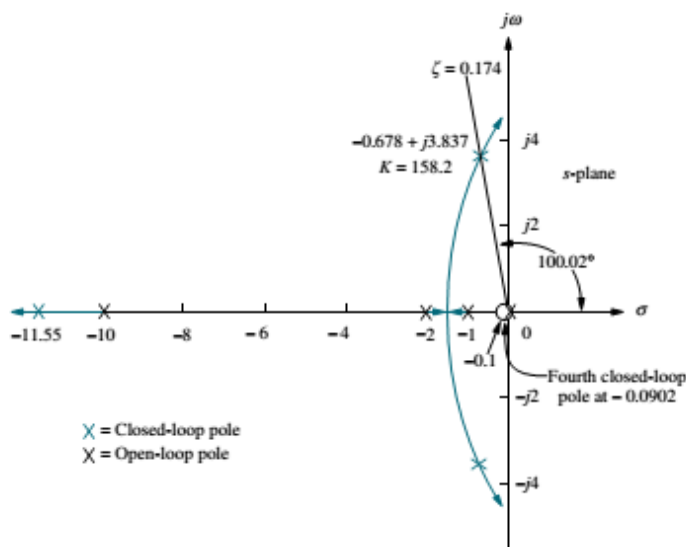
Dari nilai K_p dapat diperoleh error steady state awal adalah :

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = \frac{1}{1 + 8.23} = 0.108$$

Dengan penambahan kompensator PI maka sistem closed loop nya menjadi sebagai berikut:

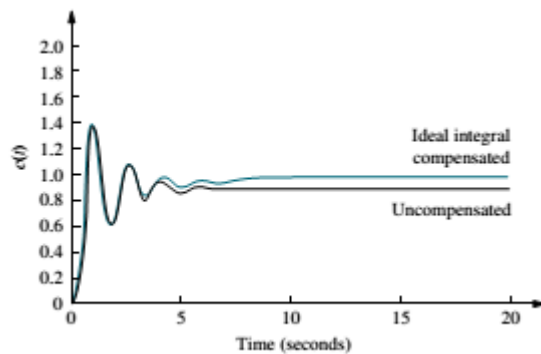


Tipe sistem menjadi naik satu tingkat menjadi tipe-1 , yang mengakibatkan error steady state akan sama dengan nol jika diberikan input unit step. Hasil *root locus* ketika ditambahkan kompensator PI ini tidak mengalami perubahan yang berarti terlihat pada gambar berikut :



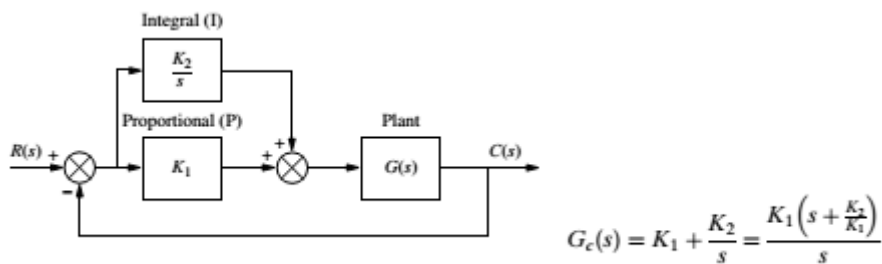
Pole dominan yang baru setelah diberikan kompensator PI menjadi $0.678 \pm j3.837$ pada nilai $K = 158.2$ dan *pole* ketiga di -11.55 , *pole* keempat pada -0.0902

cukup dengan *zero* dari sistem closed loopnya sehingga dapat dikatakan terjadi *pole zero* cancellation. Nilai K pada sistem sebelum dan sesudah dikompensasi menunjukkan nilai yang relatif sama begitu juga dengan nilai *pole pole* dari sistem closed loop sebelum dan sesudah dikompensasi. Hal ini menandakan respon transien yang diperoleh dari kedua sistem ini tidak akan berubah banyak dan dapat dikatakan sama. Gambar berikut adalah perbandingan respon sistem closed sebelum dan sesudah dikompensasi terhadap input unit step .



Terlihat respon sistem closed loopnya setelah dikompensasi akan menuju nilai satu ketika input yang diberikan adalah unit step. Respon mencapai nilai akhir sekitar 6 detik untuk sistem yang belum terkompensasi dan 8 detik sistem yang terkompensasi . Perbedaan 2 detik ini terjadi karena waktu dibutuhkan oleh sistem agar sistem dapat mengurangi error steady state atau sistem menuju nilai akhir dari 0.892 ke 1.

Setelah dilakukan simulasi maka untuk mengimplementasikan kompensator ini dapat disederhanakan menjadi seperti blok berikut ini :



Rangkaian yang diperlukan dapat dipecah menjadi 3 bagian yaitu integral , proportional, dan penjumlah.

Kompensator Fasa Mundur

Kompensator PI membutuhkan rangkaian aktif pada implementasinya karena adanya integrator. Jika yang diinginkan adalah rangkaian pasif maka *pole* dan *zero* pada kompensator PI perlu digeser sedikit ke sebelah kiri, namun tetap tidak boleh jauh dari titik origin supaya tidak mengubah gambar *root locus* awal.

Perhatikan diagram blok berikut :

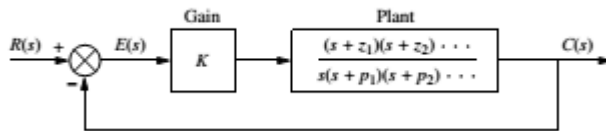
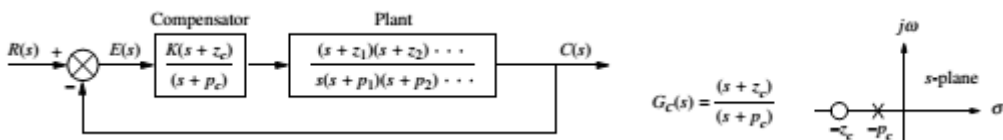


Diagram blok ini adalah sistem sebelum diberikan kompensator fasa mundur. Jika dihitung konstanta galat sistem ini adalah

$$K_{v0} = \frac{K z_1 z_2 \dots}{p_1 p_2 \dots}$$

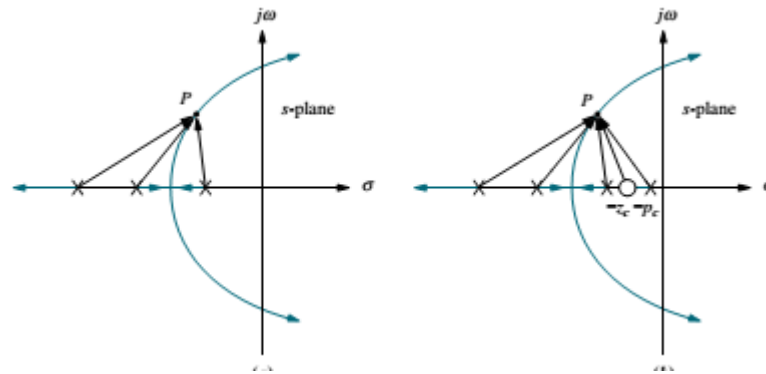
Jika ditambahkan kompensator fasa mundur sebagai berikut :



Maka nilai konstanta galat akan berubah menjadi lebih kecil dengan persamaan sebagai berikut :

$$K_{vn} = \frac{(K z_1 z_2 \dots)(z_c)}{(p_1 p_2 \dots)(p_c)}$$

Namun bagaimana efeknya pada respon transien ? . gambar berikut menjelaskan efek penambahan *pole* dan *zero* kompensator pada *root locus*.



Pada gambar terlihat bahwa jika *zero* dan *pole* kompensator saling berdekatan maka perubahan *root locus* tidak terlalu berarti dan dapat dikatakan sama. Titik P pada gambar diatas tidak akan bergeser jauh dan dianggap tetap. Titik P di sini menyatakan respon transien dari sistem , sehingga jika P tidak berubah banyak maka respon transien juga tidak akan berubah banyak atau dapat dikatakan tetap.

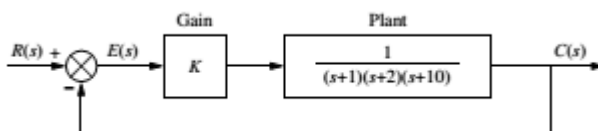
Perbaikan error steady state dapat dinyatakan dengan persamaan berikut :

$$K_{vN} = K_{v0} \frac{z_c}{p_c} > K_{v0}$$

Pemilihan nilai dari *zero* dan *pole* kompensator dilakukan sembarang asalkan nilainya masih tetap dekat dengan titik origin dan perbandingan antaran *zero* dan *polonya* tergantung dari berapa nilai perbaikan error yang diinginkan . Contoh jika diinginkan perbaikan error steady state 10 kali maka dapat dipilih *zero* = -0.01 dan *pole* = -0.001.

Contoh soal 2. Perbaikan error steady state (kompensator fasa mundur)

Problem :



Diinginkan rasio redaman 0.174

Perbaikan error steady state 10 kali

Solusi :

Terlihat dari contoh soal sebelumnya sistem sebelum dikompensasi mempunyai error steady state = 0.108 dengan $K_p = 8.23$ maka untuk perbaikan 10 kali nilai error steady state yang baru menjadi :

$$e(\infty) = \frac{0.108}{10} = 0.0108$$

Dari sini dapat diperoleh nilai K_p yang baru menjadi

$$e(\infty) = \frac{1}{1 + K_p} = 0.0108$$

$$K_p = \frac{1 - e(\infty)}{e(\infty)} = \frac{1 - 0.0108}{0.0108} = 91.59$$

Rasio perbaikan K_p yang baru dan lama diperlukan untuk menentukan nilai *pole* dan *zero* kompensator fasa mundur.

$$\frac{z_c}{p_c} = \frac{K_{ps}}{K_{po}} = \frac{91.59}{8.23} = 11.13$$

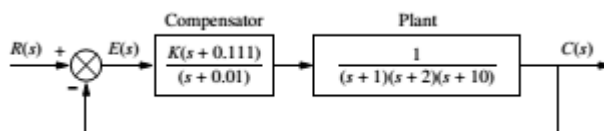
Secara acak dapat dipilih *pole* yang mendekati titik origin yaitu :

$$p_c = 0.01$$

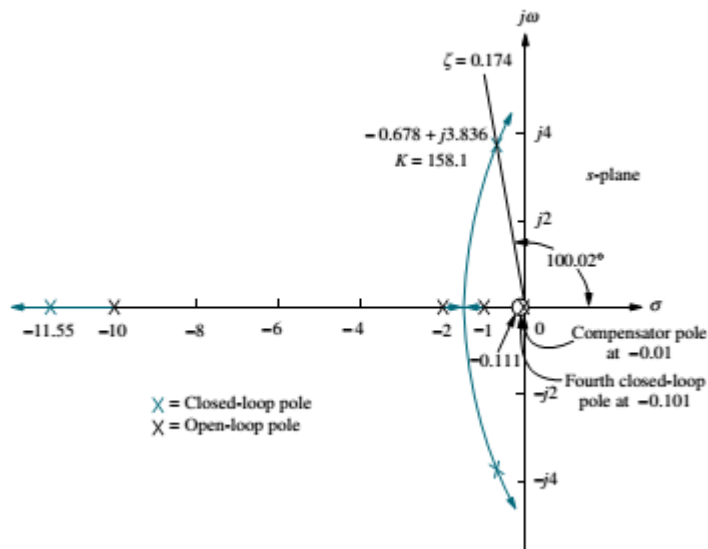
Dan *zero* sebagai berikut :

$$z_c = 11.13p_c \approx 0.111$$

Maka sistem closed loop yang baru akan menjadi sebagai berikut :

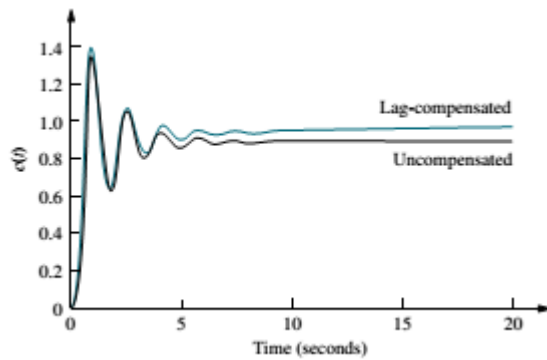


Dari sistem closed loop yang baru kita buat kembali *root locus*nya menjadi :

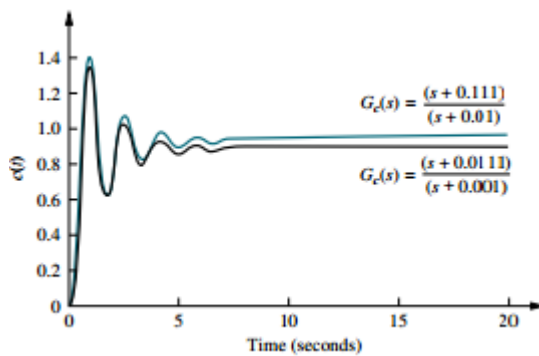


Dari hasil *root locus*, dapat dicari nilai *pole* yang baru pada redaman = 0.174 adalah $-0.678 \pm j3.836$ dan *pole* ketiga -11.55 , *pole* keempat -0.101 (dianggap sama dengan *zero* = -0.111 sehingga ada *pole zero* cancellation) dengan nilai $K= 158.1$. Sekali lagi ditekankan bahwa pemilihan *pole* dan *zero* pada kompensator tidak unik dapat juga dipilih nilai yang lain secara acak misalnya untuk *zero* dapat juga dipilih $z = -0.0111$ dan *pole* dipilih $p = -0.001$. Berikut tabel dan respon hasil simulasi untuk sistem sebelum dan sesudah dikompensasi .

Parameter	Uncompensated	Lag-compensated
	K	$K(s + 0.111)$
Plant and compensator	$(s + 1)(s + 2)(s + 10)$	$(s + 1)(s + 2)(s + 10)(s + 0.01)$
K	164.6	158.1
K_p	8.23	87.75
$e(\infty)$	0.108	0.011
Dominant second-order poles	$-0.694 \pm j3.926$	$-0.678 \pm j3.836$
Third pole	-11.61	-11.55
Fourth pole	None	-0.101
Zero	None	-0.111



Perbandingan 2 buah kompensator lag dapat dilihat sebagai berikut :



Kompensator yang baru menghasilkan respon sistem closed loop dengan respon transien yang lebih lama . Hal ini dikarenakan *pole* baru keempat dari kompensator yang baru lebih lambat dari *pole* keempat kompensator yang lama. Namun sebetulnya jika waktu simulasinya diperlama maka sebenarnya akan diperoleh nilai akhir yang sama karena kedua sistem ini memiliki konstanta galat yang sama.

4.5. Perbaikan Respon Transien via Kompensator cascade

Sebelumnya telah dibahas bagaimana melakukan perbaikan pada error steady state tanpa mempengaruhi kondisi dari respon transien. Pada bagian ini kita akan lakukan bagaimana perbaikan respon transien itu sendiri. Ada 2 cara untuk melakukan perbaikan pada respon transien pada sistem closed loop yaitu cara kompensator PD dan kompensator fasa maju. Tujuan utama dari kompensator ini adalah untuk mendesain spesifikasi transien seperti overshoot dan settling time lebih dari sistem sebelum terkompensasi. Metoda pertama yang dibahas adalah kompensator Proporsional diferensiator. Diferensiator ditambahkan melalui rangkaian aktif pada realisasinya. Ada hal yang perlu dicatat bahwa proses pada

diferensiator ini mudah terganggu oleh noise . perubahan noise yang terjadi pada frekuensi tinggi menyebabkan munculnya sinyal yang tidak diinginkan.

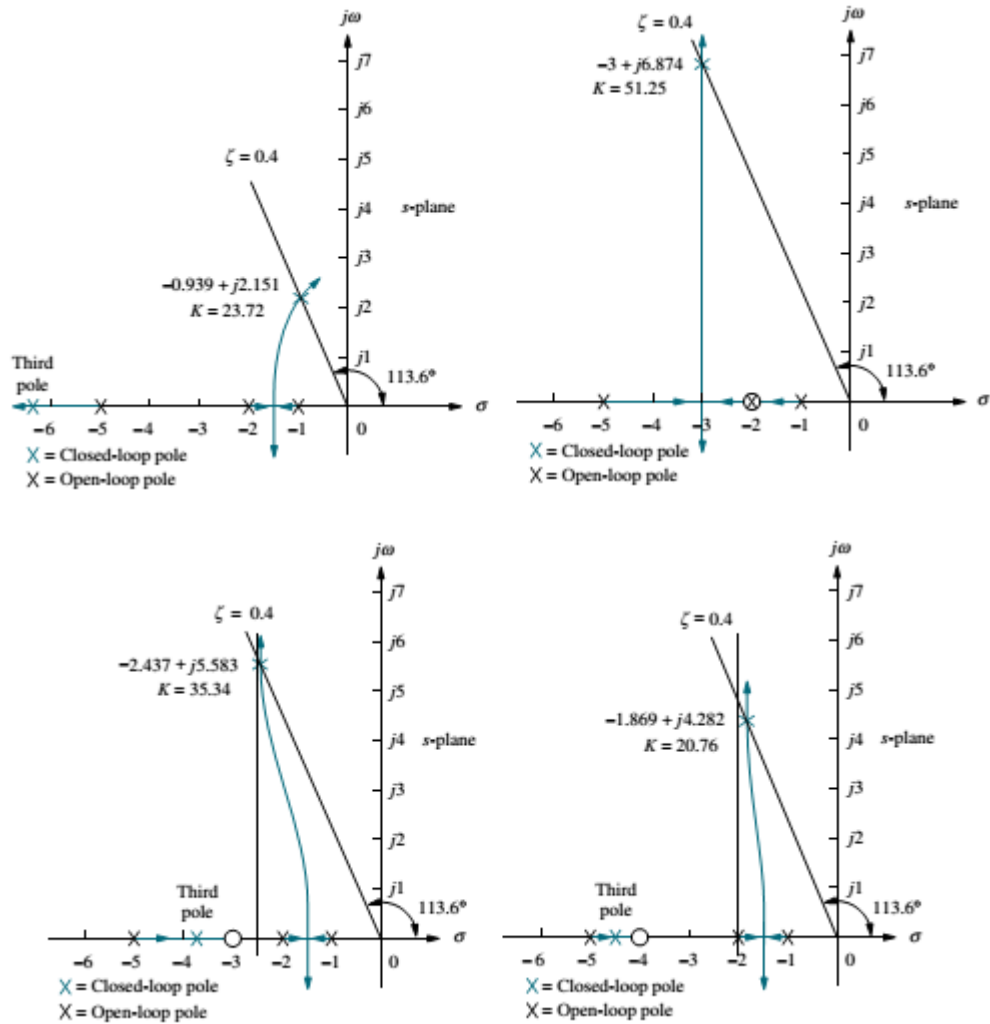
Metoda kedua tidak menggunakan diferensiator murni sehingga tidak perlu menggunakan rangkaian aktif . Pada metoda kedua ini juga tetap tujuannya adalah mendekati kompensator dengan ideal diferensiator pada metoda pertama. Oleh karena itu, kompensator pada metoda kedua ini mendekati kompensator PD maka dipilihlah nilai *pole* yang cukup jauh dari nilai *zeronya*. Kompensator yang seperti ini dikatakan kompensator fasa maju. Penamaan ini digunakan berdasarkan dari karakteristik frekuensi respon yang mempunyai fasa selalu positif (maju) .

4.6. Kompensator PD

Respon transien dari sistem dapat dipilih dari lokasi *pole pole* sistem closed loop tersebut pada bidang - s. Jika lokasi *pole* tersebut ada pada *root locus* maka proses desain cukup hanya dengan menambahkan penguataan konstan K saja. Namun bagaimana jika lokasi *pole* yang menyatakan respon transien tidak terletak pada *root locus* ? maka perlu dibuat *root locus* yang baru sehingga *pole* yang diinginkan terlewati oleh *root locus* yang baru. Salah satu cara mengubah *root locus* adalah dengan menambahkan *zero* pada sistem open loop . *Zero* ini ditambahkan oleh kompensator PD dengan format sebagai berikut :

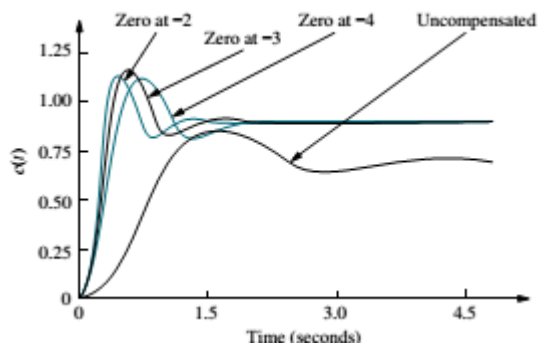
$$G_c(s) = s + z_c$$

Selanjutnya akan ditunjukkan dengan penambahan kompensator PD ini , akan dapat mempercepat respon transien dari sistem closed loop. Misalkan sistem awal mempunyai *pole pole* open loop pada titik -1, -2, dan -5. Kemudian pada sistem closed loop ini ditambahkan kompensator PD dengan *zero* 3 macam yaitu saat *zeronya* -1, -3, dan -4. Maka hasil *root locus* sistem sebelum dan sesudah diberikan kompensator adalah sebagai berikut :



Setelah diperoleh *root locus* untuk tiap tiap sistem kemudian dicari nilai *pole* dominannya untuk nilai redaman sebesar 0.4. Hasil penambahan *zero* pada sistem closed loop ini dapat kita lihat perbandingannya pada tabel berikut untuk nilai redaman 0.4 :

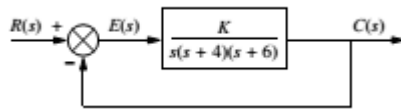
	Uncompensated	Compensation b	Compensation c	Compensation d
Plant and compensator	$\frac{K}{(s+1)(s+2)(s+5)}$	$\frac{K(s+2)}{(s+1)(s+2)(s+5)}$	$\frac{K(s+3)}{(s+1)(s+2)(s+5)}$	$\frac{K(s+4)}{(s+1)(s+2)(s+5)}$
Dom. poles	$-0.939 \pm j2.151$	$-3 \pm j6.874$	$-2.437 \pm j5.583$	$-1.869 \pm j4.282$
K	23.72	51.25	35.34	20.76
ζ	0.4	0.4	0.4	0.4
ω_n	2.347	7.5	6.091	4.673
%OS	25.38	25.38	25.38	25.38
T_s	4.26	1.33	1.64	2.14
T_p	1.46	0.46	0.56	0.733
K_p	2.372	10.25	10.6	8.304
$e(\infty)$	0.297	0.089	0.086	0.107
Third pole	-6.123	None	-3.127	-4.262
Zero	None	None	-3	-4
Comments	Second-order approx. OK	Pure second-order	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK



Terlihat bahwa dari hasil simulasi persen overshoot cenderung sama untuk tiap tiap kompensator yang menyatakan bahwa nilai redaman sama sebesar 0.4. Perbaikan waktu tunak (settling time) juga terjadi pada sistem terkompensasi hal ini karena *pole* dominan terkompensasi bergeser lebih ke kiri sehingga menyebabkan respon lebih cepat. Kesimpulan yang lain terlihat juga pada tabel bahwa semakin jauh *zero* dari dominan *pole* maka membuat dominan *pole* semakin dekat dengan sumbu imajiner yang berarti mengakibatkan respon transien melambat. Aproksimasi sistem orde 2 juga dianggap valid karena *pole* ketiga dari masing masing sistem terkompensasi mendekati nilai *zero*.

Contoh soal 3. Perbaikan Respon transien (Kompensator PD)

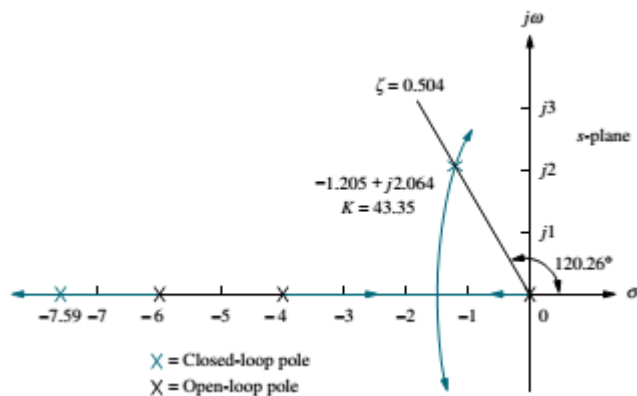
Problem :



Desainlah kompensator PD sehingga sistem closed loop nya menghasilkan OS = 16 % dan perbaikan settling time sebesar 3 kali.

Solusi :

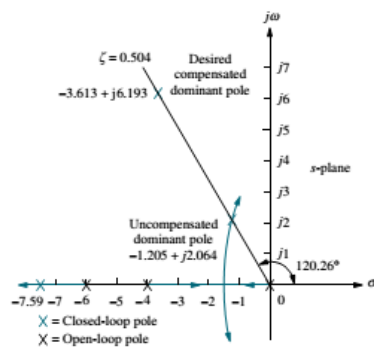
Sebelumnya kita lihat performa awal sistem dengan OS = 16% ekuivalen dengan redaman 0.504 kemudian gambar garis redaman dan *root locus* dari sistem yang belum terkompensasi sebagai berikut :



Dari gambar dapat ditentukan *pole* dominannya adalah $-1.205 \pm j2.064$ dengan nilai $K = 43.35$. Dari sini dapat diperoleh T_s (settling time) awal adalah :

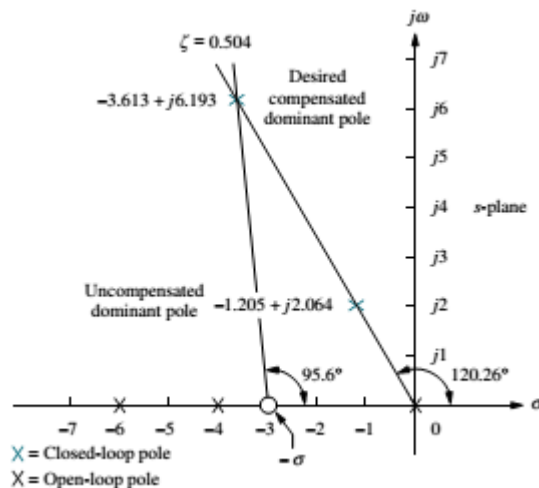
$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = \frac{4}{1.205} = 3.320$$

Untuk perbaikan 3 kali lebih cepat maka bagian real *pole* dominan berubah dari -1.205 menjadi $3 \times -1.205 = -3.613$ dan agar nilai redaman tetap maka bagian imajiner dari *pole* dominan berubah ke $3 \times 2.064 = 6.193$. Berikut adalah gambar *pole* dominan baru yang diinginkan



Pole dominan yang baru tidak terletak pada *root locus* dan agar terletak pada *root locus* yang baru perlu ditambah kompensator PD. Penentuan *zero* pada kompensator PD dilakukan pertama-tama dengan menghitung kontribusi sudut fasa yang harus ditambahkan.

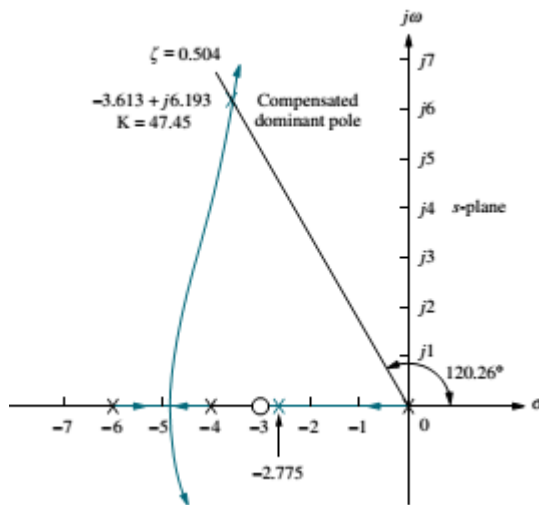
Jika *pole* dominan yang baru adalah $s_1 = -3.613 + j6.193$ (ambil bagian yang positif) dan $\angle GH(s_1) = -275.6$ dari sini dapat dihitung kekurangan sudut fasa yang harus ditambahkan sehingga sudut fasa *root locus* yang baru jika diinputkan $s_1 = -3.613 + j6.193$ sama dengan -180 . Jadi sudut kompensator fasa maju adalah $275.6 - 180 = 95.6$. Bentuk geometri dari besar sudut fasa kompensator fasa maju ditunjukkan pada gambar berikut :



Nilai *zero* dapat ditentukan dari persamaan berikut :

$$\frac{6.193}{3.613 - \sigma} = \tan(180^\circ - 95.6^\circ)$$

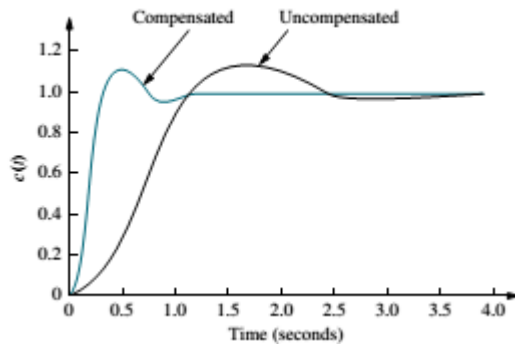
Sehingga dapat diperoleh *zero* kompensator $z = -3.006$. Langkah selanjutnya gambar kembali *root locus* yang baru dengan penambahan *zero* ini . Gambar *root locus* yang baru adalah sebagai berikut :



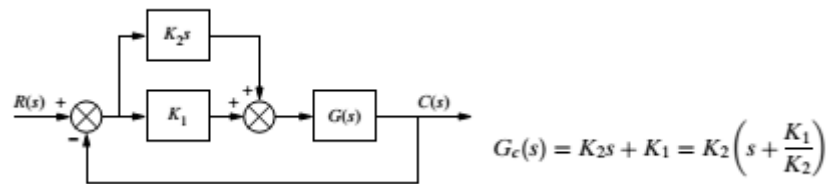
Hasil perbandingan sistem sebelum dan sesudah terkompensasi adalah sebagai berikut :

	Uncompensated	Simulation	Compensated	Simulation
Plant and compensator	$\frac{K}{s(s+4)(s+6)}$		$\frac{K(s+3.006)}{s(s+4)(s+6)}$	
Dominant poles	$-1.205 \pm j2.064$		$-3.613 \pm j6.193$	
K	43.35		47.45	
ζ	0.504		0.504	
ω_n	2.39		7.17	
%OS	16	14.8	16	11.8
T_s	3.320	3.6	1.107	1.2
T_p	1.522	1.7	0.507	0.5
K_v	1.806		5.94	
$e(\infty)$	0.554		0.168	
Third pole	-7.591		-2.775	
Zero	None		-3.006	
Comments	Second-order approx. OK		Pole-zero not canceling	

Hasil desain untuk overshoot tidak terlalu tepat yaitu sebesar 11.8 % padahal yang diinginkan adalah di 16 % hal ini karena aproksimasi sistem orde tinggi (lebih dari 2) tidak terlalu baik walaupun dari hasil settling time tidak terlalu melenceng jauh yaitu 1.2 sekon. Berikut hasil respon sistem closed loop dengan input unit step .



Implementasi untuk kompensator PD sama seperti pada kompensator PI dapat dipecah menjadi 2 bagian seperti ditunjukkan pada diagram blok berikut :



Implementasi dilakukan menggunakan rangkaian aktif . kelemahan dari kompensator PD ini adalah sistemnya yang rentan terhadap noise pada bagian diferensiator. Untuk mengatasi masalah noise ini maka dapat digunakan rangkaian kompensator fasa maju menggunakan rangkaian pasif .

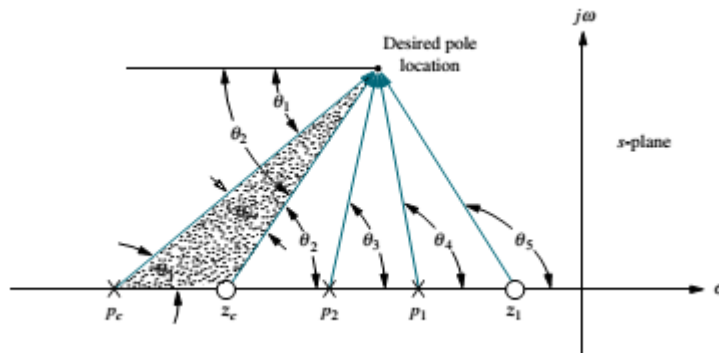
4.7. Kompensator Fasa Maju

Ketika rangkaian pasif digunakan maka sistem kompensator fasa maju ini tidak hanya menambahkan *zero* saja tapi ada *polonya* juga. Beberapa keuntungan menggunakan kompensator fasa maju ini adalah :

- a. Tidak perlu tambahan daya luar
- b. Noise yang terjadi pada proses diferensial dapat dikurangi

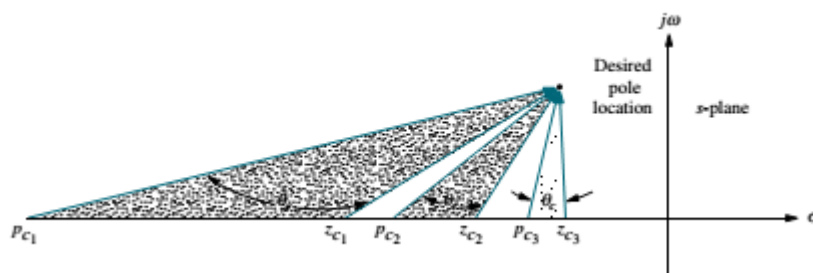
Sedangkan kekurangannya adalah penambahan *pole* tidak mengurangi jumlah cabang pada *root locus* yang melewati sumbu imajiner . Berbeda halnya jika digunakan kompensator PD maka jumlah cabang yang melewati sumbu imajiner dapat dikurangi. Konsep dari kompensator fasa maju ini adalah bagaimana menambahkan sudut pada sistem open loop saat diinputkan *pole* dominan yang

diinginkan. Berikut ilustrasi dari penambahan sudut oleh kompensator pada titik *pole* dominan.



$$\theta_2 - \theta_1 - \theta_3 - \theta_4 + \theta_5 = (2k + 1)180^\circ$$

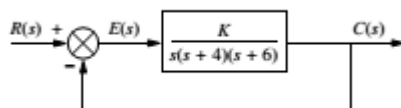
Sudut kompensator fasa maju yang harus diberikan adalah sudut yang diarsir pada gambar. Besar sudut kompensasi tersebut dapat dihitung $(\theta_2 - \theta_1) = \theta_c$. Sama seperti kompensator fasa mundur penentuan *pole* dan *zero* pada kompensator fasa maju juga tidak unik dan dapat dipilih sembarang berikut gambar untuk pemilihan *pole* dan *zero* yang menghasilkan besar kontribusi sudut yang sama.



Respon transien dari ketiga kompensator pada gambar diatas akan sama. Yang membedakan adalah besar error steady state yang dihasilkan akan berbeda untuk tiap tiap kompensator fasa maju yang digunakan.

Contoh soal 4. Perbaikan Respon Transien (kompensator fasa maju)

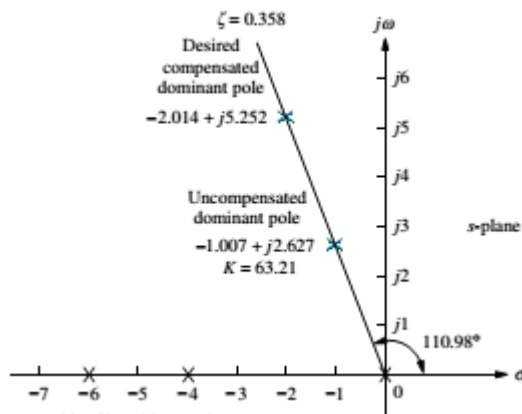
Problem :



Desain kompensator fasa maju yang menyebabkan OS =30 % dan settling time 2 kali lebih cepat dari sistem sebelum terkompensasi.

Solusi :

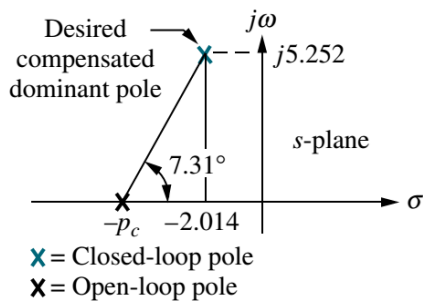
Pertama hitung dahulu performa awal saat OS = 30% ekuivalen dengan redaman 0.358 . Gambar *root locus* dan garis redaman konstan. Dari perpotongan 2 grafis ini diperoleh *pole* dominan awal seperti ditunjukkan pada gambar berikut :



Pole dominan awal terletak pada $-1.007 \pm j2.67$ dengan nilai $K = 63.21$. Dari *pole* dominan awal dapat ditentukan nilai settling time awal adalah $T_s = 4/1.007 = 3.972$ detik. Settling time baru yang diinginkan adalah $3.972/ 2 = 1.986$ yang akan menghasilkan *pole* dominan baru pada bagian realnya $2 \times -1.007 = -2.014$ dan bagian imajiner $2 \times 2.627 = 5.252$.

Pilih sembarang *zero* , misal *zero* pada $z = -5$ maka sistem open loop yang baru menjadi

$$GH(s) = \frac{K(s+5)}{s(s+4)(s+6)}$$
 sudut fasa ketika $s = s_1$ (*pole* dominan baru) = $-2.014 \pm j5.252$ maka dapat dihitung besar $\angle GH(s_1) = -172.69$ dan sudut fasa oleh bagian *pole* kompensator menjadi sebesar $180 - 172.69 = 7.31$ gambar geometri dari penambahan oleh *pole* kompensator adalah sebagai berikut :

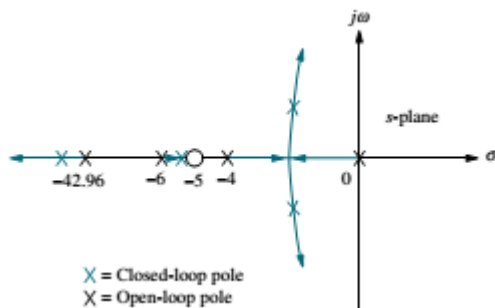


Dan *pole* kompensator dapat dihitung dengan persamaan berikut :

$$\frac{5.252}{p_c - 2.014} = \tan 7.31^\circ$$

$$p_c = 42.96$$

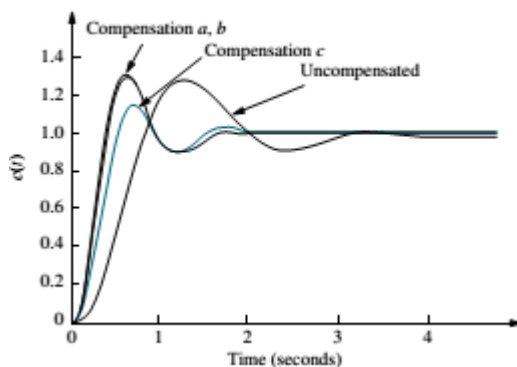
Hasil sketsa *root locus* yang baru setelah ditambahkan *pole* dan *zero* dari kompensator adalah sebagai berikut :



Setelah diperoleh kompensator fasa maju untuk mengecek apakah hasilnya valid atau tidak maka perlu dicek simulasi terhadap respon sistem closed terhadap input unit step. Dari sistem closed loop dapat dicek juga bahwa sistem mempunyai *pole* ketiga dan keempat pada -43.8 dan -5.134 pada gain $K = 1423$. Efek yang terjadi dari *pole* ketiga dan keempat ini dapat diabaikan sehingga sistem closed loop dapat dianggap valid mendekati sistem closed loop orde 2. *Pole* ketiga -43.8 jauh sebesar 20 kali dari *pole* dominan dan *pole* keempat -5.134 mendekati *zero* pada $z = -5$. Tabel berikut adalah hasil untuk bentuk kompensator yang lain dengan nilai *zero* dan *pole* yang berbeda namun kontribusi sudutnya sama.

	Uncompensated	Compensation a	Compensation b	Compensation c
Plant and compensator	$\frac{K}{s(s+4)(s+6)}$	$\frac{K(s+5)}{s(s+4)(s+6)(s+42.96)}$	$\frac{K(s+4)}{s(s+4)(s+6)(s+20.09)}$	$\frac{K(s+2)}{s(s+4)(s+6)(s+8.971)}$
Dominant poles	$-1.007 \pm j2.627$	$-2.014 \pm j5.252$	$-2.014 \pm j5.252$	$-2.014 \pm j5.252$
K	63.21	1423	698.1	345.6
ζ	0.358	0.358	0.358	0.358
ω_n	2.813	5.625	5.625	5.625
%OS*	30 (28)	30 (30.7)	30 (28.2)	30 (14.5)
T_s^*	3.972 (4)	1.986 (2)	1.986 (2)	1.986 (1.7)
T_p^*	1.196 (1.3)	0.598 (0.6)	0.598 (0.6)	0.598 (0.7)
K_v	2.634	6.9	5.791	3.21
$e(\infty)$	0.380	0.145	0.173	0.312
Other poles	-7.986	-43.8, -5.134	-22.06	-13.3, -1.642
Zero	None	-5	None	-2
Comments	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK	No pole-zero cancellation

Dari tabel untuk *zero* kompensator di $z = -2$ hasil desain menunjukkan tidak terlalu baik dengan nilai overshoot yang jauh dari hasil yang diinginkan yaitu 14.5 % sedangkan untuk yang lain kompensator a dan b menunjukkan hasil aproksimasi yang lebih baik. Hasil respon untuk tiap tiap kompensator ditunjukkan pada gambar berikut :



4.8. Perbaikan Steady state error dan Respon Transien

Pada bagian ini kita akan mengkombinasikan 2 metoda yang sebelumnya dibahas untuk memperoleh perbaikan pada steady state error dan respon transien secara simultan . Pertama tama yang dilakukan adalah dengan mendesain kompensator untuk tujuan memperbaiki respon transien. Setelah respon transien dapat tercapai dengan baik maka langkah selanjutnya adalah menentukan kompensator untuk memperbaiki error steady state. Sebenarnya bisa juga sebaliknya error steady state

terlebih dahulu yang diperbaiki baru kemudian selanjutnya adalah respon transiennya . namun cara yang kedua ini memiliki kekurangan bahwa ketika respon steady state di awal sudah baik, penambahan kompensator untuk perbaikan respon transien menyebabkan perubahan juga pada error steady state.

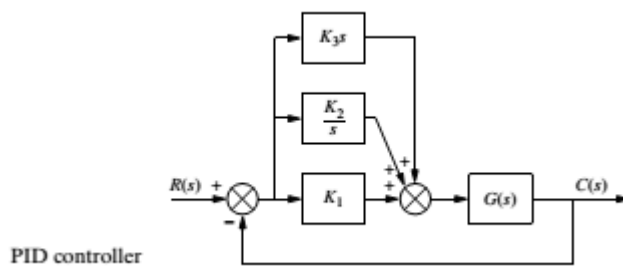
Desain kompensator ini dapat dilakukan dengan 2 cara untuk implementasinya . Pertama dengan rangkaian aktif , langkah awal adalah dengan menentukan nilai parameter dari kompensator PD dan selanjutnya kompensator PI sehingga gabungan dari 2 buah kompensator ini disebut juga dengan nama kompensator PID atau kontroler PID. Jika rangkaian pasif yang digunakan, langkah awal dengan menentukan kompensator fasa maju dan selanjutnya kompensator fasa mundur maka gabungan dari 2 kompensator ini disebut juga dengan kompensator fasa maju- mundur.

Desain kontroler PID

Kontroler PID mempunyai format fungsi alih sebagai berikut :

$$G_c(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3s = \frac{K_1s + K_2 + K_3s^2}{s} = \frac{K_3 \left(s^2 + \frac{K_1}{K_3}s + \frac{K_2}{K_3} \right)}{s}$$

Ada 2 buah *zero* dan satu *pole* pada titik origin pada fungsi alih PID. Berikut gambar diagram blok untuk kontroler PID :



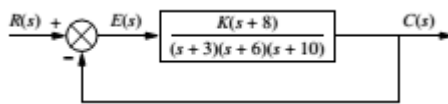
Prosedur desain untuk kontroler PID ini ada beberapa langkah sebagai berikut :

- a. Hitung performa dari sistem awal yang belum terkompensasi untuk menentukan seberapa besar perbaikan yang diinginkan pada respon transiennya.

- b. Desain kontroler PD yang memenuhi kriteria respon transien yang diinginkan. Pada desain ini akan ditentukan letak *zero* dan penguatan pada loop gain
- c. Simulasikan hasil kontroler PD untuk meyakinkan bahwa persyaratan yang diminta sudah dipenuhi.
- d. Desain ulang jika simulasi menunjukkan persyaratan/ kriteria desain tidak terpenuhi
- e. Desain kontroler PI untuk mendapatkan steady state error yang diinginkan
- f. Tentukan nilai K1, K2, dan K3 seperti pada gambar diagram blok di atas
- g. Simulasikan sistem closed loop dengan gabungan 2 buah kontroler ini dan cek apakah spesifikasi desain sudah terpenuhi.
- h. Desain ulang jika persyaratan desain tidak memenuhi kriteria yang diinginkan

Contoh Soal 5. Perbaiki error steady state dan respon transien

Problem :

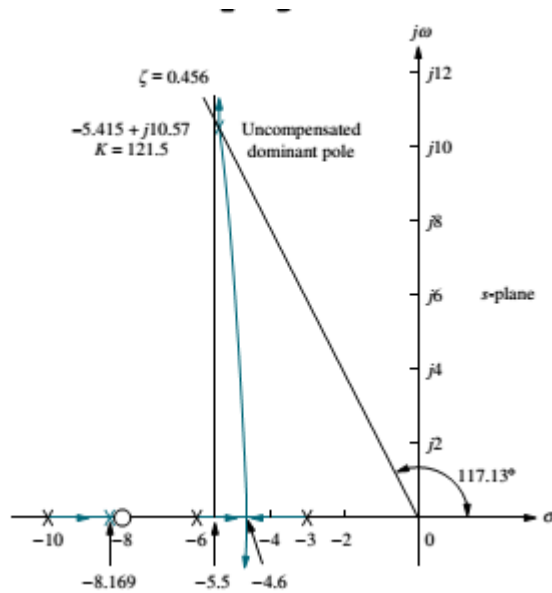


Diberikan sistem dengan diagram blok seperti di atas. Desainlah kontroler PID sehingga sistem closed loop dapat beroperasi dengan nilai peak time $2/3$ kali dari nilai peak time awal. Nilai overshoot yang diinginkan sebesar 20 % dengan error steady state = nol untuk input unit step.

Solusi :

Langkah a:

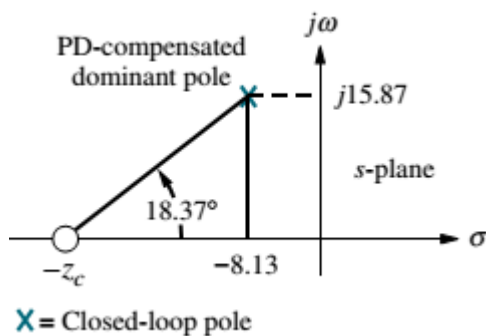
Evaluasi sistem sebelum terkompensasi . untuk overshoot 20 % maka diperoleh nilai redaman = 0.456. gambar *root locus* dan garis redaman konstan. Gambar *root locus* sistem awal adalah sebagai berikut:



Pada langkah ini diperoleh *pole* dominan awal adalah $-5.415 \pm j10.57$ dengan $K = 121.5$ *pole* ketiga muncul pada -8.169 nilainya dekat dengan *zero* dari sistem closed loop $z = -8$ sehingga aproksimasi sistem orde 2 valid. Peak time yang diperoleh dari *pole* dominan awal ini adalah $T_p = 3.14 / 10.57 = 0.297$ sekon

Langkah b :

Untuk mengurangi peak time $2/3$ kalinya maka perlu diperbesar nilai $\omega_d = \left(\frac{3}{2}\right) \cdot 10.57 = 15.87$ dan bagian real *pole* dominan yang baru $(\frac{3}{2}) \cdot (-5.415) = -8.13$. Langkah selanjutnya adalah menentukan sudut $\angle GH(s_1)$ dimana $s_1 = -8.13 + j15.87$. setelah dihitung diperoleh $\angle GH(s_1) = -198.37$ maka sudut kontroler PD yang harus ditambahkan adalah $198.37 - 180 = 18.37$. Penentuan *zero* dari kontroler ini dapat dilihat pada geometri berikut:



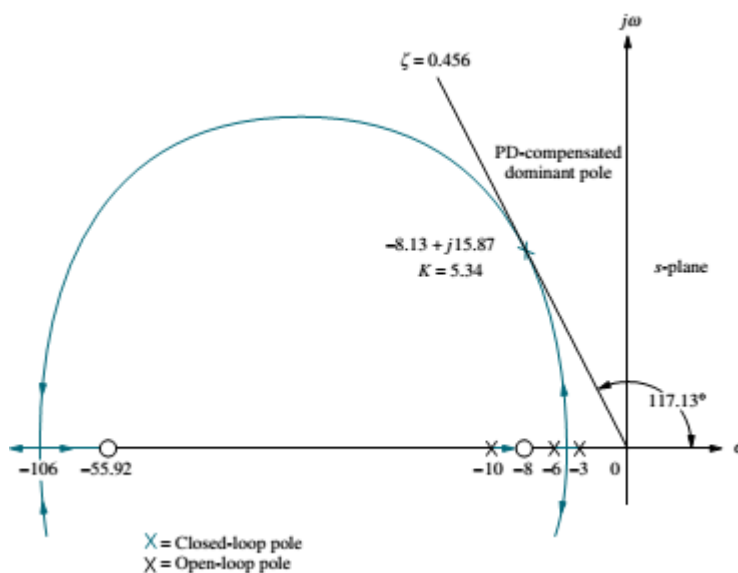
$$\frac{15.87}{z_c - 8.13} = \tan 18.37^\circ$$

Nilai z diperoleh $z = 55.92$

Maka hasil kontroler PD adalah :

$$G_{PD}(s) = (s + 55.92)$$

Berikut gambar *root locus* yang baru dengan penambahan kontroler PD



Langkah c dan d :

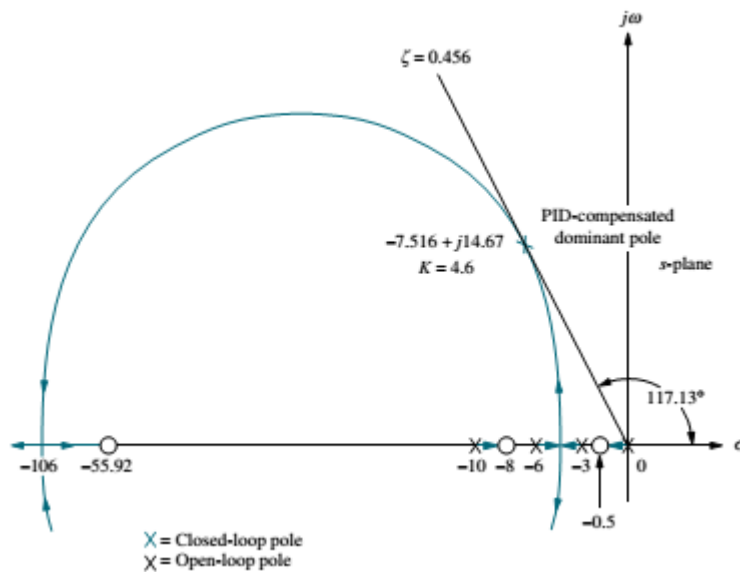
Simulasi sistem closed loop dengan kontroler PD .

Langkah e:

Setelah desain kontroler PD selesai dilakukan dan valid , maka selanjutnya kita desain kontroler PI untuk mengurangi error steady state menjadi nol untuk input unit step . Pilih *zero* sembarang yang dekat dengan titik origin untuk kontroler PI. Misalkan *zero* $z = -0.5$ sehingga kontroler PI yang digunakan adalah sebagai berikut :

$$G_{PI}(s) = \frac{s + 0.5}{s}$$

Gambar kembali *root locus* gabungan kontroler PD dan kontroler PI. Gambar *root locus* yang diperoleh adalah sebagai berikut :



Dari *root locus* yang baru ini dapat ditentukan nilai K yang digunakan untuk kontroler PID adalah $K = 4.6$, pada redaman 0.456 dan *pole* dominan yang baru adalah $-7.516 \pm j4.67$.

Langkah f :

Menentukan parameter PID untuk implementasi, yaitu K_1 , K_2 , dan K_3

Tulis terlebih dahulu persamaan PID menjadi :

$$G_{PID}(s) = \frac{K(s + 55.92)(s + 0.5)}{s} = \frac{4.6(s + 55.92)(s + 0.5)}{s}$$

$$= \frac{4.6(s^2 + 56.42s + 27.96)}{s}$$

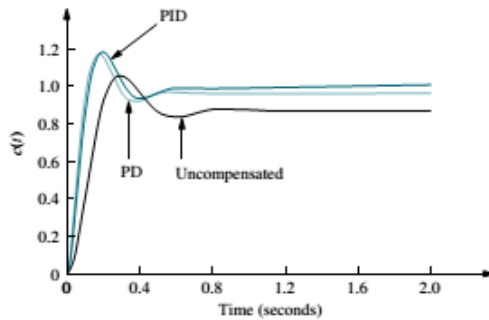
Cocokkan dengan persamaan berikut :

$$G_c(s) = K_1 + \frac{K_2}{s} + K_3s = \frac{K_1s + K_2 + K_3s^2}{s} = \frac{K_3 \left(s^2 + \frac{K_1}{K_3}s + \frac{K_2}{K_3} \right)}{s}$$

Sehingga dapat diperoleh $K_1 = 259.5$, $K_2 = 128.6$, $K_3 = 4.6$

Langkah g dan h :

Berikut hasil simulasi sistem closed sebelum dikompensasi , dengan kontroler PD, dan dengan kontroler PID .



Hasil simulasi dapat dilihat dari tabel berikut

	Uncompensated	PD-compensated	PID-compensated
Plant and compensator	$\frac{K(s+8)}{(s+3)(s+6)(s+10)}$	$\frac{K(s+8)(s+55.92)}{(s+3)(s+6)(s+10)}$	$\frac{K(s+8)(s+55.92)(s+0.5)}{(s+3)(s+6)(s+10)s}$
Dominant poles	$-5.415 \pm j10.57$	$-8.13 \pm j15.87$	$-7.516 \pm j14.67$
K	121.5	5.34	4.6
ζ	0.456	0.456	0.456
ω_n	11.88	17.83	16.49
%OS	20	20	20
T_s	0.739	0.492	0.532
T_p	0.297	0.198	0.214
K_p	5.4	13.27	∞
$e(\infty)$	0.156	0.070	0
Other poles	-8.169	-8.079	-8.099, -0.468
Zeros	-8	-8, -55.92	-8, -55.92, -0.5
Comments	Second-order approx. OK	Second-order approx. OK	Zeros at -55.92 and -0.5 not canceled

4.9. Kompensator fasa maju- mundur

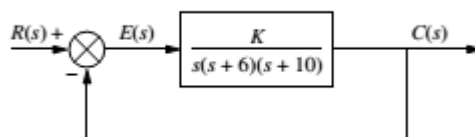
Sama seperti metoda sebelumnya, pertama kali yang dilakukan dalam proses desain ini adalah desain kompensator fasa maju terlebih dahulu untuk memperbaiki respon transien dari sistem closed loop dan setelah kriteria respon transien terpenuhi maka dapat ditambahkan kompensator fasa mundur untuk memperbaiki error steady state .

Berikut adalah prosedur yang dilakukan dalam proses desain kompensator fasa maju-mundur :

- a. Hitung performa dari sistem awal yang belum terkompensasi untuk menentukan seberapa besar perbaikan yang diinginkan pada respon transiennya.
- b. Desain kompensator fasa maju yang memenuhi kriteria respon transien yang diinginkan. Pada desain ini akan ditentukan letak *zero*, *pole*, dan penguatan pada loop gain
- c. Simulasikan hasil kompensator fasa maju untuk meyakinkan bahwa persyaratan yang diminta sudah dipenuhi.
- d. Desain ulang jika simulasi menunjukkan persyaratan/ kriteria desain tidak terpenuhi
- e. Desain kompensator fasa mundur untuk mendapatkan steady state error yang diinginkan
- f. Simulasikan sistem closed loop dengan gabungan 2 buah kompensator ini dan cek apakah spesifikasi desain sudah terpenuhi.
- g. Desain ulang jika persyaratan desain tidak memenuhi kriteria yang diinginkan

Contoh Soal 6. Perbaikan error steady state dan respon transien

Problem :

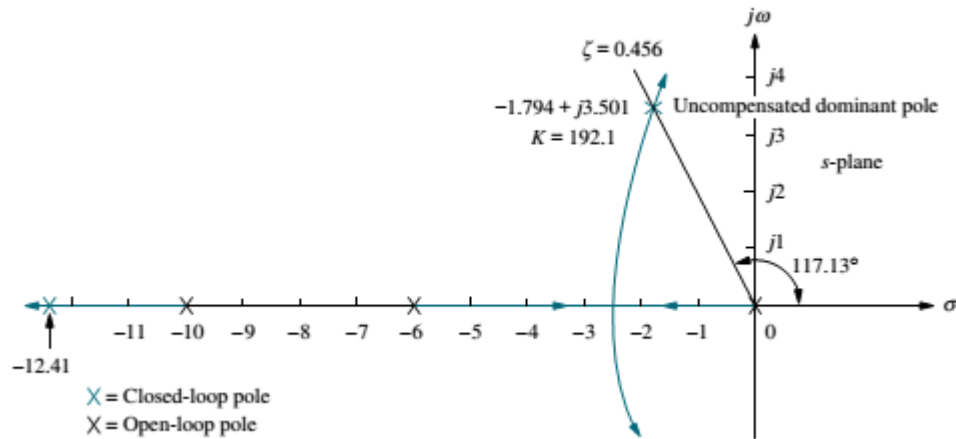


Desainlah kompensator fasa maju – mundur sedemikian sehingga sistem beroperasi dengan OS = 20 % dan perbaikan settling time sebesar 2 kali . dan error steady state berkurang 10 kali untuk input unit ramp.

Solusi :

Langkah a:

Hitung performa awal, OS = 20 % ekuivalen dengan redaman 0.456 selanjutnya gambar garis redaman konstan dan *root locus* awal sebagai berikut :



Dari gambar dapat ditentukan *pole* dominan awal adalah $-1.794 \pm j3.501$ dengan nilai $K = 192.1$

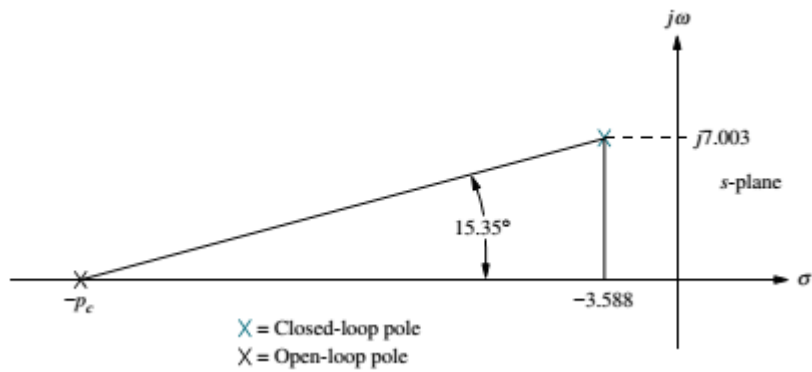
Langkah b :

Pole dominan baru yang diinginkan dilihat dari spesifikasi settling time. Settling time yang diinginkan 2 kali lebih cepat sehingga *pole* dominan yang baru adalah $(2)(-1.794 \pm j3.501) = -3.588 \pm j7.003$. Setelah diperoleh *pole* dominan yang baru maka dapat ditentukan kompensator fasa maju. Pilih *zero* pada $s = -6$ sehingga akan terjadi *pole zero* cancellation. Dengan *zero* ini maka persamaan loop gain yang baru adalah

$$GH(s) = \frac{K}{s(s+10)}$$

Sudut $GH(s_1)$ dengan $s_1 = -3.588 + j7.003$ menghasilkan sudut sebesar

$\angle GH(s_1) = -164.65$ sehingga sudut yang perlu ditambah dari *pole* kompensator adalah $180 - 164.65 = 15.35$



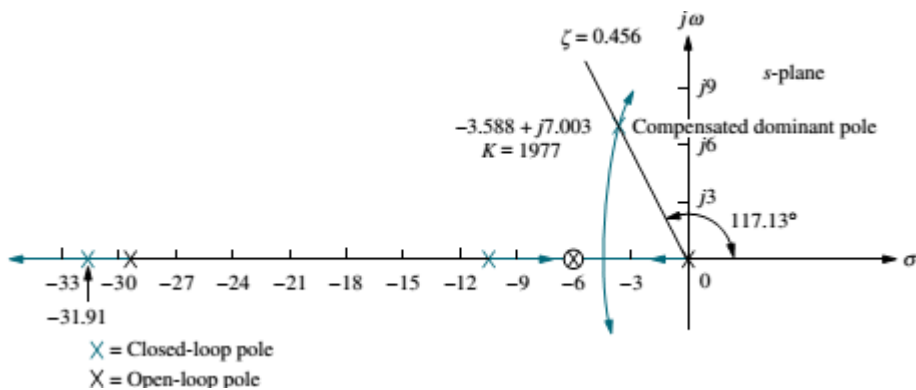
Dari gambar geometri di atas dapat dicari nilai *pole* kompensator sebagai berikut :

$$\frac{7.003}{p_c - 3.588} = \tan 15.35^\circ$$

p_c diperoleh sebesar 29.1

Langkah c dan d :

Hasil simulasi *root locus* dengan penambahan kompensator fasa maju adalah sebagai berikut :



Diperoleh $K = 1977$ sehingga diperoleh sistem loop gain yang baru adalah :

$$G_{LC}(s) = \frac{1977}{s(s + 10)(s + 29.1)}$$

Langkah e:

Dari sistem loop gain yang baru dapat diperoleh K_v (konstanta galat static kecepatan) sebesar $K_v = 1977 / ((10)(29.1)) = 6.794$ sedangkan konstanta galat yang lama adalah ketika loop gainnya sebagai berikut :

$$G(s) = \frac{192.1}{s(s+6)(s+10)}$$

Dengan nilai $K_v = 192.1 / ((6)(10)) = 3.201$, dari dua nilai K_v yang diperoleh maka rasio kenaikan K_v akibat penambahan kompensator fasa maju adalah sebesar $6.794 / 3.201 = 2.122$ kali. Maka kompensator fasa mundur yang harus didesain harus menambahkan faktor sebesar $10 / 2.122 = 4.713$

Langkah f :

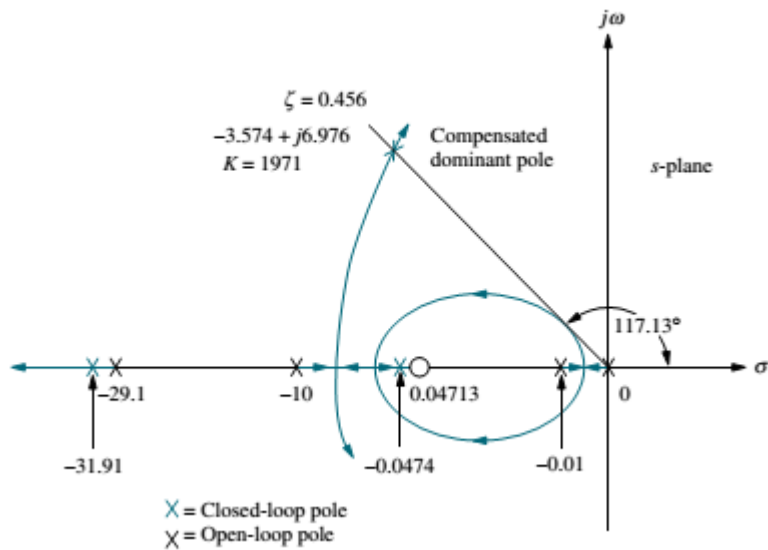
Secara acak pilih *pole* dari kompensator fasa mundur pada 0.01 sehing *zero* diperoleh sebesar $(4.713)(0.01) = 0.04713$ sehingga menghasilkan :

$$G_{lag}(s) = \frac{(s + 0.04713)}{(s + 0.01)}$$

Kompensator fasa maju mundur yang merupakan gabungan dari kompensator fasa maju dan mundur digabung dengan loop gain maka akan diperoleh sebagai berikut :

$$G_{LLC}(s) = \frac{K(s + 0.04713)}{s(s + 10)(s + 29.1)(s + 0.01)}$$

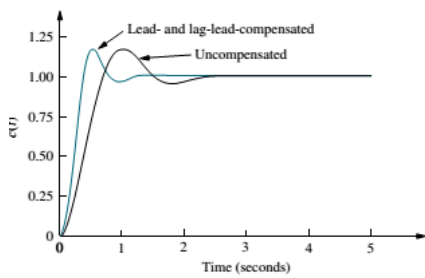
Root locus ketika kompensator fasa maju mundur ditambahkan ke loop gain yang baru maka menjadi seperti berikut :



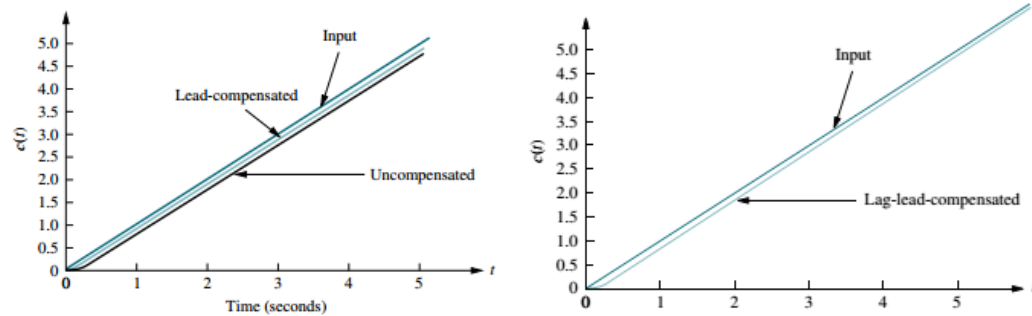
Selanjutnya diperoleh nilai $K = 1971$

Langkah g:

Hasil respon sistem closed sesudah dan sebelum terkompensasi untuk respon transien adalah sebagai berikut :



Dan hasil respon saat kondisi steady state digunakan input unit ramp dapat dilihat sebagai berikut :



Terlihat error steady state mengecil ketika ditambahkan kompensator fasa maju mundur dengan input unit ramp.

4.10. Kompensator Feedback

Sebelumnya telah dibahas kompensasi dengan susunannya dalam bentuk cascade. Susunan ini bukanlah satu satunya cara untuk desain dengan *root locus*. Bentuk susunan lain dapat juga dilakukan dengan menempatkan kompensator pada bagian feedback seperti gambar berikut ini :

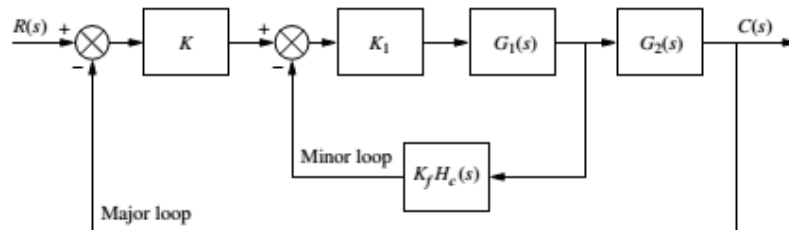
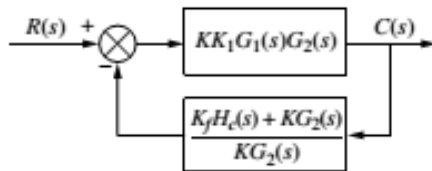


Diagram blok ekuivalen dari diagram blok di atas adalah sebagai berikut :



Pendekatan 1.

Dari diagram blok terakhir dapat ditentukan loop gain sistem :

$$G(s)H(s) = K_1 G_1(s) [K_f H_c(s) + K G_2(s)]$$

Jika tanpa feedback $K_f H_c(s)$, maka loop gain menjadi :

$$G(s)H(s) = K K_1 G_1(s) G_2(s)$$

Dari sini terlihat bahwa efek penambahan feedback adalah mengganti *pole* dan *zero* pada $G_2(s)$ dengan *pole* dari

$$[K_f H_c(s) + K G_2(s)]$$

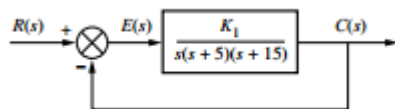
Misalkan jika $G_2(s) = 1$ dan $K_f H_c(s) = K_f \cdot s$ maka persamaan loop menjadi :

$$G(s)H(s) = K_f K_1 G_1(s) \left(s + \frac{K}{K_f} \right)$$

Terlihat desainnya menjadi sama seperti desain kompensator fasa maju.

Contoh soal 7. Kompensasi *zero* via rate feedback

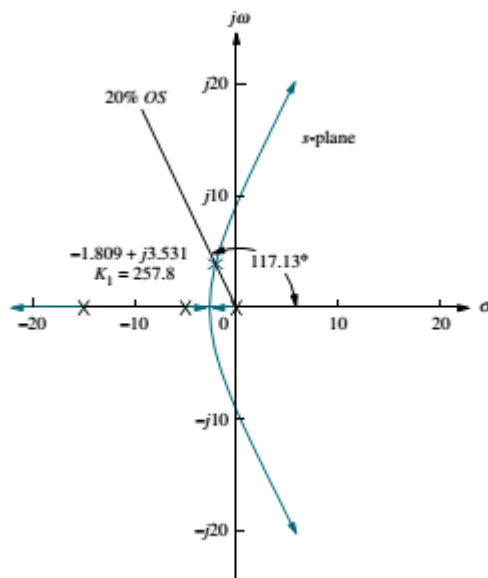
Problem :



Diberikan sistem closed loop pada diagram blok di atas . Desainlah rate feedback kompensasi untuk mengurangi settling time dengan faktor 4 kali dan overshoot 20 %

Solusi :

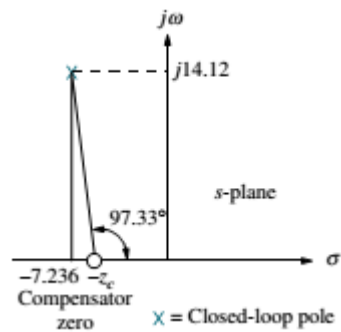
Pertama -tama desain kompensator PD . tentukan *pole* dominan awal saat overshoot 20 % . *Pole* dominan awal diperoleh pada $-1.809 \pm j3.531$



Pole dominan yang baru untuk settling time 4 kali lebih cepat adalah

$$s_1 = 4(-1.809 \pm j3.531) = -7.236 \pm j14.12$$

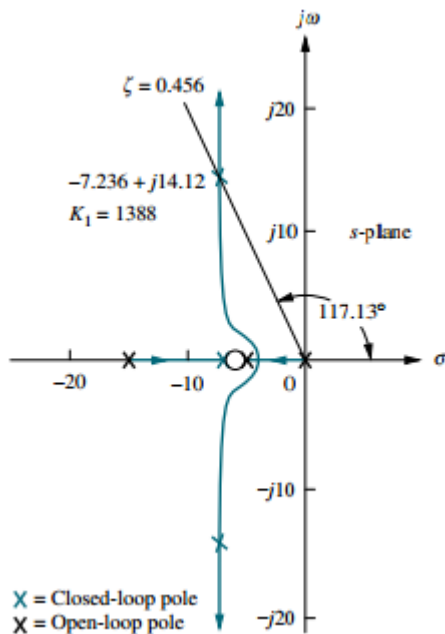
Dari *pole* dominan yang baru bisa dihitung dengan cara yang sama dengan desain kontroler PD diperoleh sudut $\angle GH(s_1) = -277.33$ maka besar sudut *zero* kompensator yang harus ditambahkan adalah $277 - 180 = 97.33$



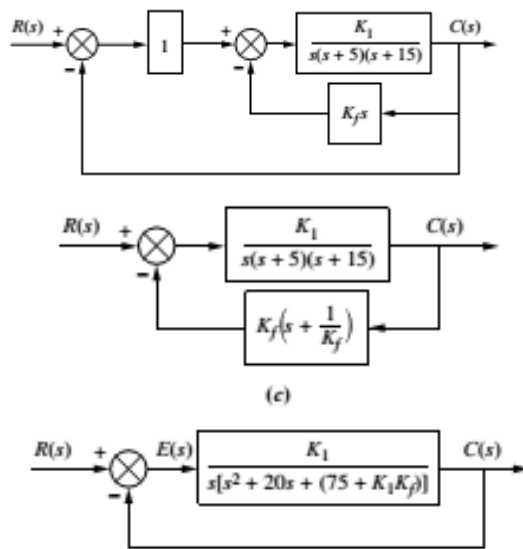
Zero diperoleh dari gambar geometri diatas dengan persamaan berikut :

$$\frac{14.12}{7.236 - z_c} = \tan(180^\circ - 97.33^\circ)$$

Diperolehlah $Z_c = 5.42$. dari gambar *root locus* yang baru dapat ditentukan nilai K untuk kompensator PD sebagai berikut :

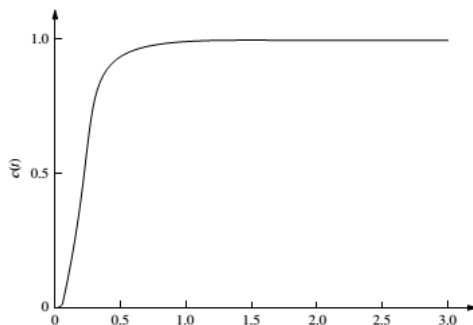


$K = 1388$.



Dari gambar diagram blok sebelah kanan diperoleh $K_1 = 1388$ dan K_f adalah $1/Z_c = 1/5.42 = 0.185$.

Hasil respon sistem closed loop terhadap input unit step



Hasil respon menunjukkan hasil yang kurang sesuai walaupun perbaikan ada pada settling time, namun overshoot jauh dari harapan yang diinginkan tapi karena overshoot lebih kecil dari spesifikasi 20 % maka hal ini masih dapat diterima.

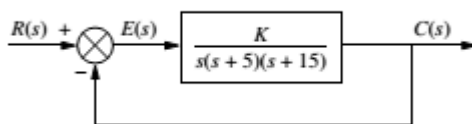
Pendekatan ke 2. (feedback kompensasi)

Pendekatan kedua ini membolehkan kita menggunakan kompensasi feedback untuk design minor loop respon transien terpisah dari respon sistem closed loop . Pada kasus sistem kendali pada pesawat terbang , minor loop digunakan untuk kendali

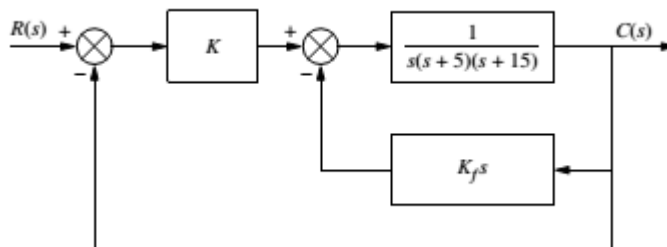
posisi aerosurface sedangkan sistem closed loop keseluruhannya adalah mengendalikan sudut pitch dari pesawat. Minor loop yang dipasang secara seri dengan plant dapat digunakan untuk mengatur letak *pole* pada sistem open loop keseluruhan. Dengan kata lain, dibandingkan dengan menambahkan *pole* dan *zero* pada *root locus* kita dapat mengganti *pole* pada plant dengan mengatur penguatan gain konstan.

Contoh soal 8. Minor- Loop kompensasi Feedback

Problem :



Desainlah minor loop feedback kompensator seperti pada gambar berikut :



Sehingga diperoleh rasio redaman 0.8 pada minor loop dan 0.6 pada sistem closed loop.

Solusi :

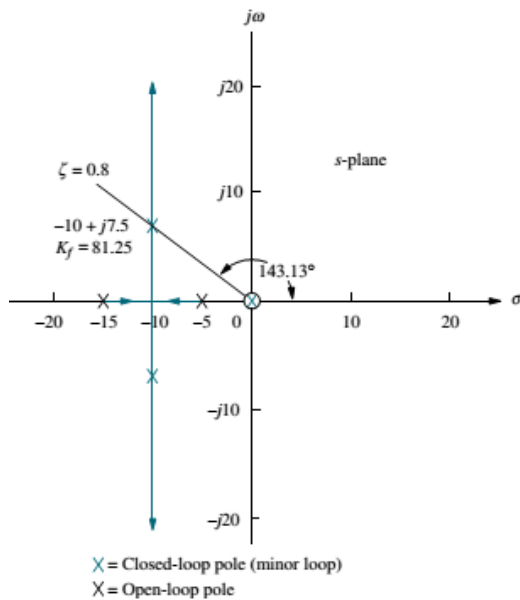
Minor loop didefinisikan sebagai loop yang mengandung plant, $1/[s(s+5)(s+15)]$, dan kompensator feedback, $K_f s$. Nilai K_f akan diatur untuk menentukan lokasi dari minor loop *poles* dan K akan digunakan untuk mengatur respon sistem closed loop yang diinginkan.

Fungsi alih sistem minor loop dapat dinyatakan sebagai berikut:

$$G_{ML}(s) = \frac{1}{s[s^2 + 20s + (75 + K_f)]}$$

Pole pole fungsi alih minor loop tersebut dapat dianalisis dengan *root locus* pada loop gain

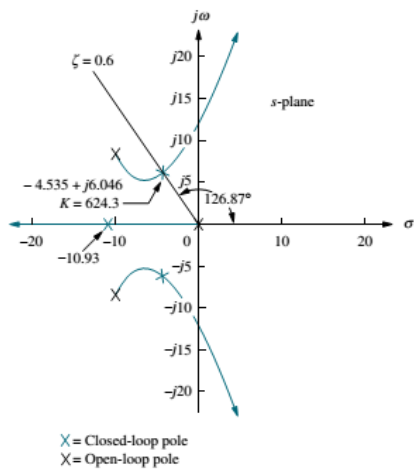
$GH(s) = K_f \cdot s / [s(s+5)(s+15)]$. Berikut adalah gambar *root locus* untuk minor loop :



Untuk nilai rasion redaman 0.8 diperoleh $K_f = 81.25$ dengan mensubstitusi K_f ke fungsi alih closed loop pada minor loop maka diperoleh $GH(s)$ yang baru untuk cari nilai K .

$$GH(s) = \frac{K}{s[s^2 + 20s + 156.25]}$$

Dari $GH(s)$ dapat dibuat *root locus* yang baru menjadi seperti berikut :

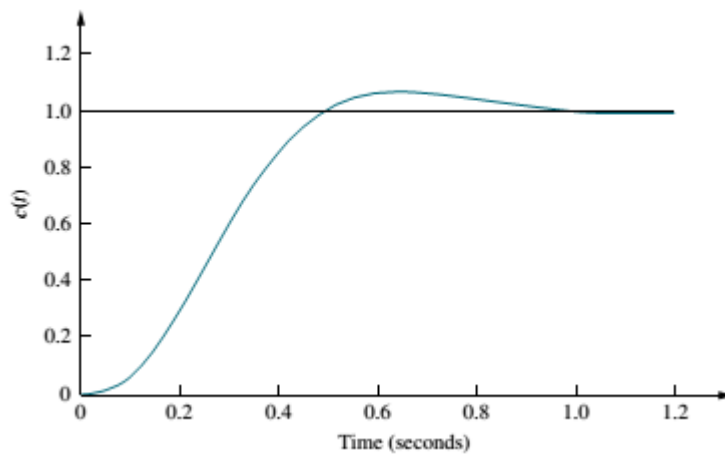


Maka nilai K yang menyebabkan rasio redaman 0.6 adalah $K = 624.3$. Berikut adalah tabel lengkap mengenai karakteristi sistem closed loop sebelum dan sesudah dikompensasi.

	Uncompensated	Compensated
Plant and compensator	$\frac{K_1}{s(s+5)(s+15)}$	$\frac{K}{s(s^2+20s+156.25)}$
Feedback	1	1
Dominant poles	$-1.997 \pm j2.662$	$-4.535 \pm j6.046$
K	177.3	624.3
ζ	0.6	0.6
ω_n	3.328	7.558
%OS	9.48	9.48
T_s	2	0.882
T_p	1.18	0.52
K_v	2.364	3.996
$e(\infty)$ (ramp)	0.423	0.25
Other poles	-16	-10.93
Zero	None	None
Comments	Second-order approx. OK	Simulate

Hasil respon sistem closed loopnya terhadap input unit step adalah sebagai berikut

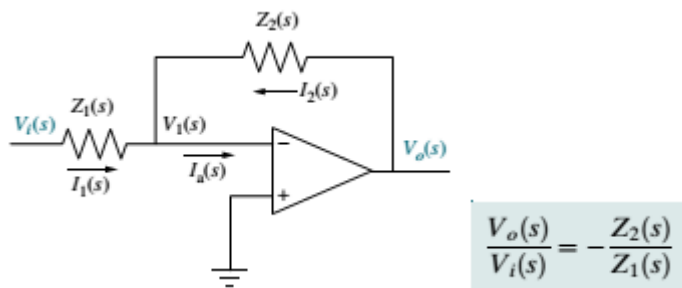
:



4.11. Realisasi Fisik kompensator

Pada bagian ini, kita sudah turunkan persamaan kompensator untuk memperbaiki respon transien dan error steady state error pada sistem closed loop. Fungsi alih dari kompensator yang digunakan secara seri dengan plant sudah dibahas juga. Pada bagian ini kita akan tunjukkan bagaimana mengimplementasikan kompensator menggunakan rangkaian aktif dan pasif.

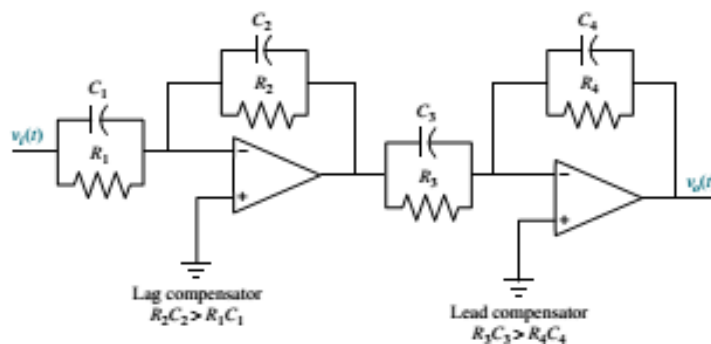
Realisasi Rangkaian Aktif



Rangkaian aktif diatas berfungsi sebagai penguat inverting. Zn menyatakan impedansi secara general Z1 impedansi pada sumber sedangkan Z2 impedansi pada feedback . Tabel berikut menyatakan fungsi alih untuk nilai impedansi yang berbeda beda dari inverting amplifier.

Function	$Z_1(s)$	$Z_2(s)$	$G_c(s) = -\frac{Z_2(s)}{Z_1(s)}$
Gain			$-\frac{R_2}{R_1}$
Integration			$-\frac{1}{RCs}$
Differentiation			$-RCs$
PI controller			$-\frac{R_2}{R_1} \left(s + \frac{1}{R_2 C} \right)$
PD controller			$-R_2 C \left(s + \frac{1}{R_1 C} \right)$
PID controller			$-\left[\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} \right) + R_2 C_1 s + \frac{1}{R_1 C_2} \right]$
Lag compensation			$-\frac{C_1}{C_2} \left(\frac{s + \frac{1}{R_1 C_1}}{s + \frac{1}{R_2 C_2}} \right)$ where $R_2 C_2 > R_1 C_1$
Lead compensation			$-\frac{C_1}{C_2} \left(\frac{s + \frac{1}{R_1 C_1}}{s + \frac{1}{R_2 C_2}} \right)$ where $R_1 C_1 > R_2 C_2$

Dengan rangkaian aktif inverting amplifier ini selanjutnya dapat dibuat kompensator fasa maju – mundur dengan cara menserikan 2 buah rangkaian aktif sebagai berikut :



Contoh soal 9. Implementasi Kontroler PID

Problem :

Implementasikan kontroler PID berikut :

$$G_c(s) = \frac{(s + 55.92)(s + 0.5)}{s}$$

Yang dapat juga dinyatakan dalam bentuk

$$G_c(s) = s + 56.42 + \frac{27.96}{s}$$

Solusi :

Dengan membandingkan

$$G_c(s) = s + 56.42 + \frac{27.96}{s}$$

dengan

$$\left[\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} \right) + R_2 C_1 s + \frac{R_1 C_2}{s} \right]$$

Maka dapat diperoleh :

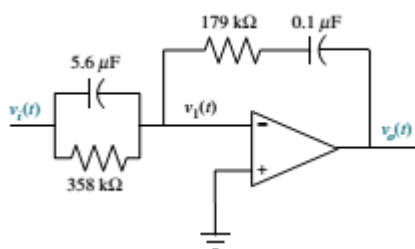
$$\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2} = 56.42$$

$$R_2 C_1 = 1$$

Dan

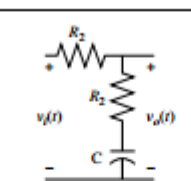
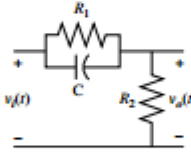
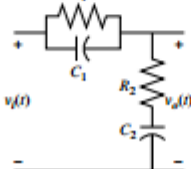
$$\frac{1}{R_1 C_2} = 27.96$$

Pilih $C_2 = 0.1 \mu\text{F}$, maka sisa variabel yang lain dapat ditentukan $R_1 = 357.65 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 178.891 \text{ k}\Omega$ dan $C_1 = 5.59 \mu\text{F}$ maka hasil rangkaianannya adalah sebagai berikut :

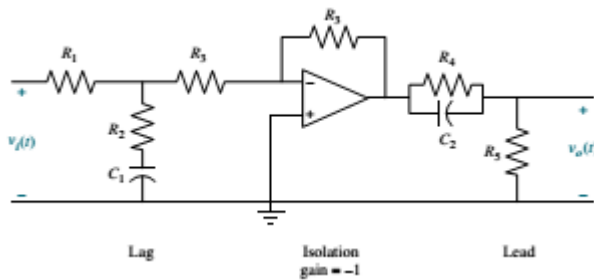


Realisasi rangkaian Pasif

Rangkaian pasif dapat digunakan untuk implementasi kompensator fasa maju-mundur. Rangkaian pasif hanya terdiri dari komponen R dan C saja. Berikut adalah tabel dari rangkaian pasif dan fungsi alihnya .

Function	Network	Transfer function, $\frac{V_o(s)}{V_i(s)}$
Lag compensation		$\frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{s + \frac{1}{R_2 C}}{s + \frac{1}{(R_1 + R_2)C}}$
Lead compensation		$\frac{s + \frac{1}{R_1 C}}{s + \frac{1}{R_2 C} + \frac{1}{R_1 C}}$
Lag-lead compensation		$\frac{\left(s + \frac{1}{R_1 C_1}\right)\left(s + \frac{1}{R_2 C_2}\right)}{s^2 + \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1}{R_2 C_1}\right)s + \frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$

Realisasi kompensator fasa maju mundur dapat juga menggunakan rangkaian aktif sebagai berikut :



Contoh 10. Realisasi kompensator fasa maju

Problem :

Realisasikan kompensator berikut :

$$G_c(s) = \frac{s + 4}{s + 20.09}$$

Solusi :

Lihat tabel untuk konfigurasi kompensator fasa maju

Bandingkan

$$\frac{s + \frac{1}{R_1 C}}{s + \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C}}$$

Dengan

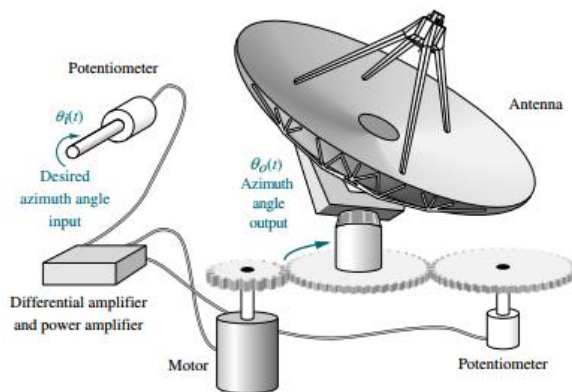
$$G_c(s) = \frac{s + 4}{s + 20.09}$$

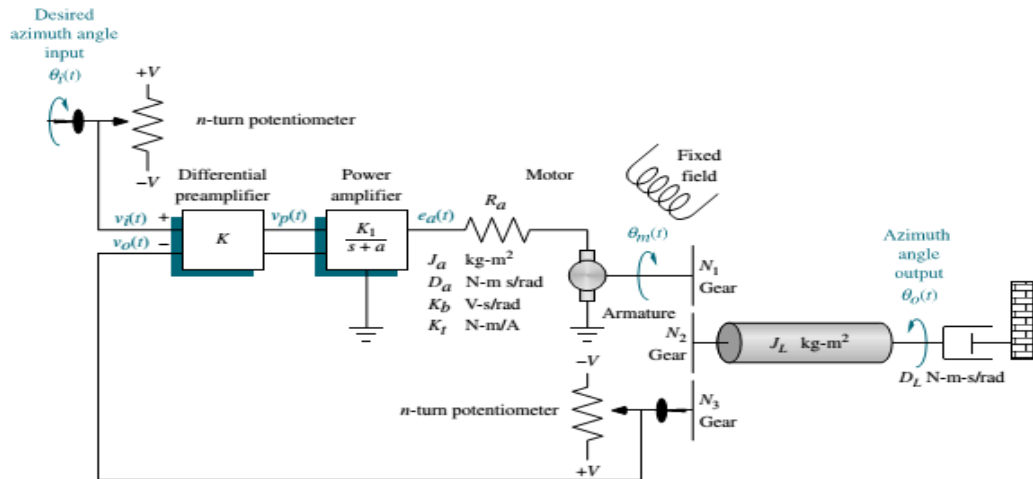
Maka dapat diperoleh

$$\frac{1}{R_1 C} = 4, \quad \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C} = 20.09$$

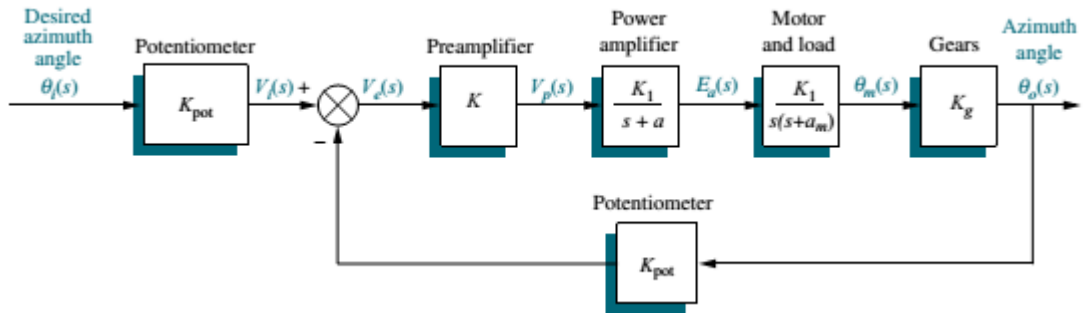
$R_1.C = 0.25$ dan $R_2.C = 0.062$, ada 3 variabel yang tidak diketahui dan 2 persamaan yang diketahui maka perlu dipilih satu nilai variabel secara acak . pilih $C = 1\mu F$, kemudian sisa variabel lainnya dapat diperoleh $R_1 = 250k\Omega$ dan $R_2 = 62.2 k\Omega$.

1. Studi Kasus I (kendali posisi antena)





Problem :



Schematic Parameters

Parameter	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
V	10	10	10
n	10	1	1
K	—	—	—
K_1	100	150	100
a	100	150	100
R_a	8	5	5
J_a	0.02	0.05	0.05
D_a	0.01	0.01	0.01
K_b	0.5	1	1
K_r	0.5	1	1
N_1	25	50	50
N_2	250	250	250
N_3	250	250	250
J_L	1	5	5
D_L	1	3	3

Block Diagram Parameters

Parameter	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
K_{pot}	0.318		
K	—		
K_1	100		
a	100		
K_m	2.083		
a_m	1.71		
K_g	0.1		

Diketahui setelah memasukkan nilai nilai parameter pada diagram blok maka diperoleh

$GH(s) = 6.63K/[s(s+1.71)(s+100)]$, Desainlah supaya respon sistem mempunyai kriteria sebagai berikut :

- a. OS 25 %
- b. $T_s = 2$ detik
- c. $K_v = 20$

Solusi :

Untuk mendapatkan OS 25% dilakukan dengan penambahan gain konstan sebesar 64.21 dan *pole* dominan terletak pada $-0.833 \pm j1.888$. $T_s = 4/\zeta\omega_n = \frac{4}{0.833} = 4.8$ detik. K_v dapat dihitung menjadi $K_v = 6.63.(64.21)/[(1.71)(100)]= 2.49$.

Dari hasil awal ini maka dapat dilihat bahwa faktor penambahan yang diperlukan untuk memperbesar K_v adalah kira-kira 8 kali dan 2.4 kali untuk faktor perbaikan settling time.

Kompensator Fasa Maju

Langkah pertama untuk memenuhi kriteria transien respon adalah dengan menambahkan kompensator fasa maju. Pertama lokasikan *pole* dominan orde 2 untuk mendapatkan $T_s = 2$ detik dan persen overshoot 25 % .

$$\text{Bagian Real} = -4/Ts = -2$$

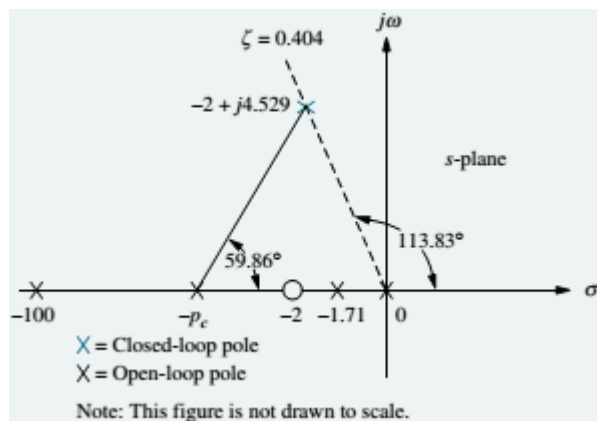
$$\text{Bagian Imajiner} = 1.888 \cdot (2/0.833) = 4.529 \text{ (terjadi saat redaman} = 0.404)$$

$$s_1 = -2 + j4.529$$

Pilih *zero* kompensator fasa maju sembarang, misalkan saja di $s = -2$ maka dengan adanya *zero* ini $GH(s)$ yang baru menjadi :

$$GH(s) = [6.63(64.21)(s+2)]/[s(s+1.71)(s+100)] \text{ dari } GH(s) \text{ yang baru dapat dihitung}$$

$\angle GH(s_1) = -120.14$ sehingga sudut *pole* dari kompensator harus berkontribusi sebesar $180 - 120.14 = 59.86$.. Geometri dari sudut *pole* kompensator ditunjukkan pada gambar berikut:



Dari Geometri diatas dapat ditentukan $\tan(59.86) = 4.529 / (Pc - 2)$ dan dapat diperoleh $Pc = 4.63$. Gabungan kompensator fasa maju dan loop gain adalah :

$$G(s) = \frac{6.63K(s+2)}{s(s+1.71)(s+100)(s+4.63)}$$

Dengan memasukkan nilai $K = 64.21$ maka K_v yang baru akibat dari penambahan kompensator fasa maju adalah :

$$K_v = \frac{2549(2)}{(1.71)(100)(4.63)} = 6.44$$

Kompensator Fasa Mundur

Karena K_v yang diinginkan adalah 20 maka besarnya faktor yang harus ditambahkan oleh kompensator fasa mundur adalah $20/6.44 = 3.1$. Pilih sembarang titik *pole* pada $P_c = -0.01$, maka untuk memperoleh faktor 3.1 pada frekuensi rendah dipilihlah $Z_c = (3.1)(-0.01) = 0.031$.

Menentukan gain yang baru.

Persamaan kompensator fasa maju- mundur dan loop gain awal jika digabung akan mempunyai fungsi alih sebagai berikut :

$$G_{LLC}(s) = \frac{6.63K(s+2)(s+0.031)}{s(s+.01)(s+1.71)(s+4.63)(s+100)}$$

Gambar ulang dari *root locus* dari $G_H(s)$ yang baru ini dan garis redaman konstan 0.404 (OS=25%) akan menghasilkan titik potong di $-1.99 \pm j4.51$ dengan nilai $6.63K = 2533$ maka dapat diperoleh $K = 382.1$.

Realisasi Kompensator

Untuk kompensator fasa mundur persamaan kompensator dengan rangkaian pasif mengikuti tabel adalah sebagai berikut :

$$G_{lag}(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{s + \frac{1}{R_2 C}}{s + \frac{1}{(R_1 + R_2)C}} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \frac{(s + 0.031)}{(s + 0.01)}$$

Pilih $C = 10\mu F$, maka $R_2 = 3.2\text{M}\Omega$, dan $R_1 = 6.8\text{M}\Omega$

Sedangkan untuk kompensator fasa maju :

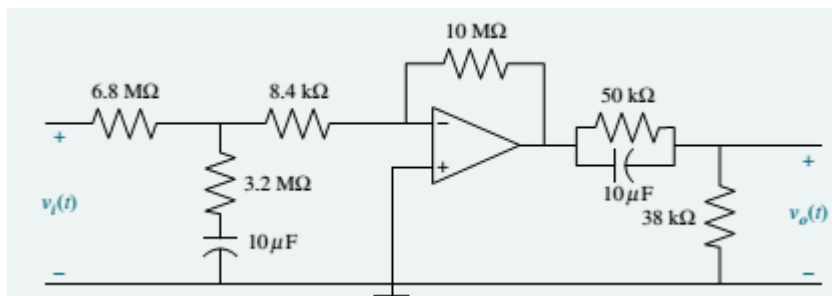
$$G_{lead}(s) = \frac{s + \frac{1}{R_1 C}}{s + \frac{1}{R_1 C} + \frac{1}{R_2 C}} = \frac{(s + 2)}{(s + 4.63)}$$

Pilih $C = 10\mu F$, maka $R_1 = 50\text{K}\Omega$, $R_2 = 38\text{K}\Omega$

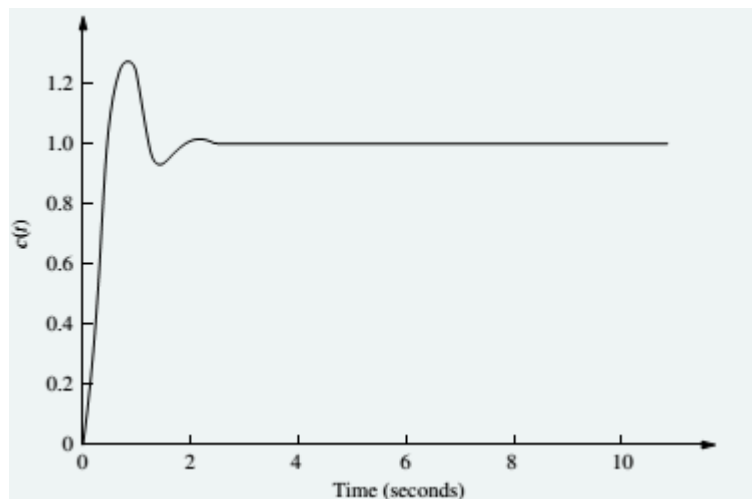
Total penguatan yang diperlukan adalah 2533 maka :

$$6.63K \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 2533$$

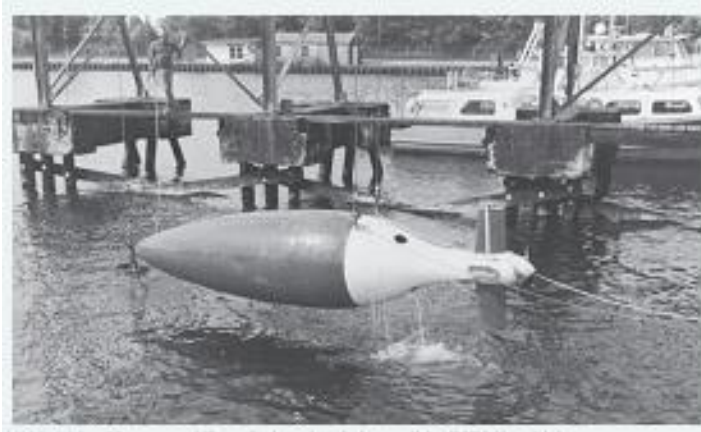
$R_2 = 3.2\text{M}\Omega$, dan $R_1 = 6.8\text{M}\Omega$, sehingga perlu penguatan sebesar $K=1194$ yang direalisasikan oleh rangkaian aktif pre-amplifier. Rangkaian total kompensator fasa maju-mundur adalah sebagai berikut :



Berikut hasil respon sistem closed loop terhadap unit step



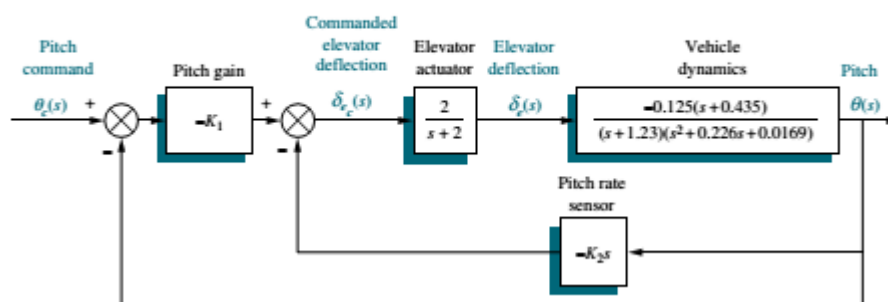
Studi Kasus II (UFSS unmanned free-swimming submersible Vehicle)



Problem :

Diberikan sistem closed loop sudut Pitch tanpa rate feedback ($K_2 = 0$) untuk UFSS dengan diagram blok sebagai berikut :

Pitch Control System



Desainlah kompensator yang mempunyai OS = 20% dan settling time 4 sekon

Solusi :

Pertama , kita tentukan lokasi *pole* dominan yang menyebabkan OS 20% dan settling time 4 sekon. Dari 2 kriteria ini diperoleh *pole* dominannya terletak pada :

$$s_{12} = -1 \pm j1.951$$

Dengan membuat *root locus* awal pada diagram blok diatas terlihat bahwa s_{12} tidak terletak pada *root locus* , sehingga perlu dibuat *root locus* yang baru dengan tambahan kompensator fasa maju .

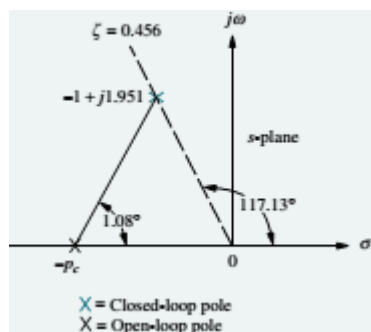
Kompensator fasa maju

Pilih *zero* pada kompensator di $s = -1$ dengan penambahan *zero* maka loop gain sistem $GH(s)$ berubah menjadi :

$$GH(s) = \frac{0.25K(s + 0.435)(s + 1)}{(s + 1.23)(s + 2)(s^2 + 0.226s + 0.0169)}$$

Dari $GH(s)$ yang baru bisa diperoleh sudut fasa ketika diinputkan dengan *pole* dominan, sudut phasa dari $\angle GH(s_1) = -178.92$. Setelah diperoleh sudut fasa pada *pole* dominan maka dapat ditentukan berapa besar kontribusi sudut *pole* pada kompensator . Sudut yang harus dikontribusikan oleh *pole* kompensator adalah :

$180 - 178.92 = 1.08$, secara geometri dapat dilihat gambarnya sebagai berikut :



$$\frac{1.951}{P_c - 1} = \tan 1.08^\circ$$

Dari gambar dan persamaan diatas dapat diperoleh $P_c = 104.5$, maka loop gain yang baru dengan kompensator lengkap fasa maju adalah sebagai berikut :

$$G(s) = \frac{0.25K_1(s + 0.435)(s + 1)}{(s + 1.23)(s + 2)(s^2 + 0.226s + 0.0169)(s + 104.5)}$$

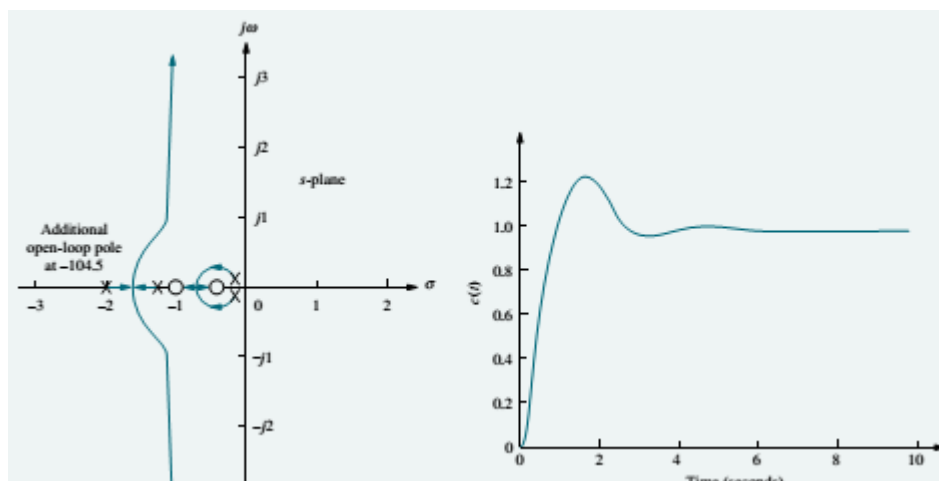
Dengan kompensator fasa majunya adalah :

$$G_c(s) = \frac{(s + 1)}{(s + 104.5)}$$

Buat *root locus* yang baru dengan nilai loop gain yang baru maka diperoleh $K=516.5$ agar diperoleh *pole* dominan :

$$s_{12} = -1 \pm j1.951$$

Berikut hasil plot *root locus* yang baru dengan respon sistem closed loop terhadap input unit step.



Hasil aproksimasi ke sistem orde 2 dapat dikatakan valid karena dilihat dari 3 *pole* yang lain yaitu pada -0.5 dekat dengan *zero* - 0.435, -0.9 dekat dengan *zero* -1 dan -104.5 nilainya jauh dibandingkan dengan *pole* dominannya sehingga efek transien dari ketiga *pole* ini dapat diabaikan . Namun, walaupun aproksimasi valid, respon sistem menunjukkan OS = 26 % dengan settling time 4.5 detik sedangkan kriteria yang diinginkan adalah 20 % dan 4 sekon maka supaya hasilnya baik perlu dilakukan desain ulang.

Bab 5 Respon Frekuensi

Metode respon frekuensi dikembangkan oleh Nyquist dan Bode pada tahun 1930-an, sebelum teknik root locus diperkenalkan. Teknik respon frekuensi ini memiliki beberapa keunggulan untuk situasi berikut ini:

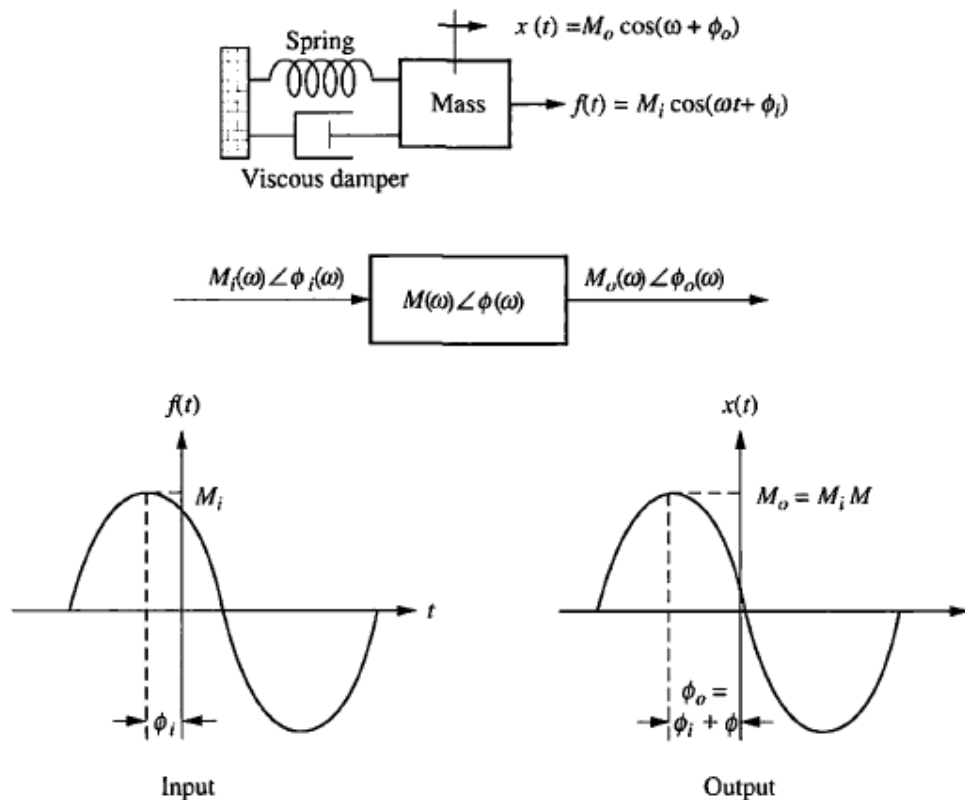
- Untuk memodelkan fungsi alih dari data-data fisik sistem
- Untuk mendesain kompensator lead untuk memenuhi error steady state
- Untuk menentukan stabilitas sistem non-linier
- Saat kurang memungkinkan untuk mensketsa root locus

5.1. Konsep Respon Frekuensi

Pada kondisi steady state, masukan sinusoida pada sistem linier akan menghasilkan respon sinusoida dengan frekuensi yang sama, sedangkan amplitude dan sudut fasa akan berbeda dengan masukan tersebut. Beda amplitude dan sudut fasa merupakan fungsi frekuensi.

Sinusoida dapat dituliskan dalam bentuk bilangan kompleks yang disebut fasor, dengan frekuensi ω seperti dibawah ini:

$$M \cos(\omega t + \theta) = M \angle \theta \tag{5.1}$$



Gb.5-1. Sistem fisik, relasi fasor masukan-keluaran dan gelombang sinusoida masukan-keluaran

Dari gambar diatas, fasor keluaran untuk kondisi steady state

$$M_o \angle \theta_o = M_i M \angle (\theta_i + \theta) \quad (5.2)$$

Fasor sistem

$$M(\omega) = \frac{M_o(\omega)}{M_i(\omega)}, \quad \angle \theta = \angle(\theta_o - \theta_i) \quad (5.3)$$

5.2. Ekspresi Analitik

Secara umum, masukan sinusoida dituliskan dalam

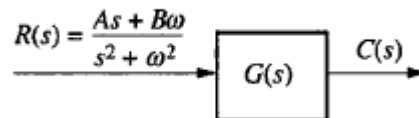
$$\begin{aligned} r(t) &= A \cos \omega t + B \sin \omega t \\ &= \sqrt{A^2 + B^2} \cos \left(\omega t - \tan^{-1} \frac{B}{A} \right) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Dalam bentuk fasor, masukan tersebut dapat dituliskan sebagai bentuk polar, rektanguler dan Euler berikut ini:

$$M_i \angle \theta_i, \quad M_i = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad \theta_i = \tan^{-1} \frac{B}{A} \quad (5.5)$$

$$A - jB \quad (5.6)$$

$$M_i e^{j\theta_i} \quad (5.7)$$



Gb.5-2. Sistem dengan masukan sinusoida, domain frekuensi s

Respon paksa

$$\begin{aligned} C(s) &= \frac{As + B\omega}{s^2 + \omega^2} G(s) \\ &= \frac{K_1}{s + j\omega} + \frac{K_2}{s - j\omega} + \text{bagian_pembagi_parsial_} G(s) \end{aligned} \quad (5.8)$$

Dimana

$$K_1 = \left. \frac{As + B\omega}{s - j\omega} G(s) \right|_{s \rightarrow -j\omega} = \frac{1}{2} (A + jB) G(-j\omega) = \frac{1}{2} M_i e^{-j\theta_i} M_G e^{-j\theta_G} = \frac{1}{2} M_i M_G e^{-j(\theta_i + \theta_G)}$$

$$K_2 = \left. \frac{As + B\omega}{s + j\omega} G(s) \right|_{s \rightarrow +j\omega} = \frac{1}{2} (A - jB) G(j\omega) = \frac{1}{2} M_i e^{j\theta_i} M_G e^{j\theta_G} = \frac{1}{2} M_i M_G e^{j(\theta_i + \theta_G)} = K_1^*$$

K_1^* kompleks conjugate K_1

Respon steady state adalah dua term dari persamaan (5.8):

$$C_{ss} = \frac{K_1}{s + j\omega} + \frac{K_2}{s - j\omega} \quad (5.9)$$

Sehingga

$$C_{ss} = \frac{\frac{1}{2}M_iM_G e^{-j(\theta_i+\theta_G)}}{s + j\omega} + \frac{\frac{1}{2}M_iM_G e^{j(\theta_i+\theta_G)}}{s - j\omega} \quad (5.10)$$

Dengan invers Laplace

$$c(t) = M_iM_G \left(\frac{e^{-j(\omega t + \theta_i + \theta_G)} + e^{j(\omega t + \theta_i + \theta_G)}}{2} \right) = M_iM_G \cos(\omega t + \theta_i + \theta_G) \quad (5.11)$$

Bentuk fasor dari persamaan (5.11) diatas M_iM_G

$$M_o = (M_i \angle \theta_i)(M_G \angle \theta_G) \quad (5.12)$$

$(M_G \angle \theta_G)$ merupakan fungsi respon frekuensi

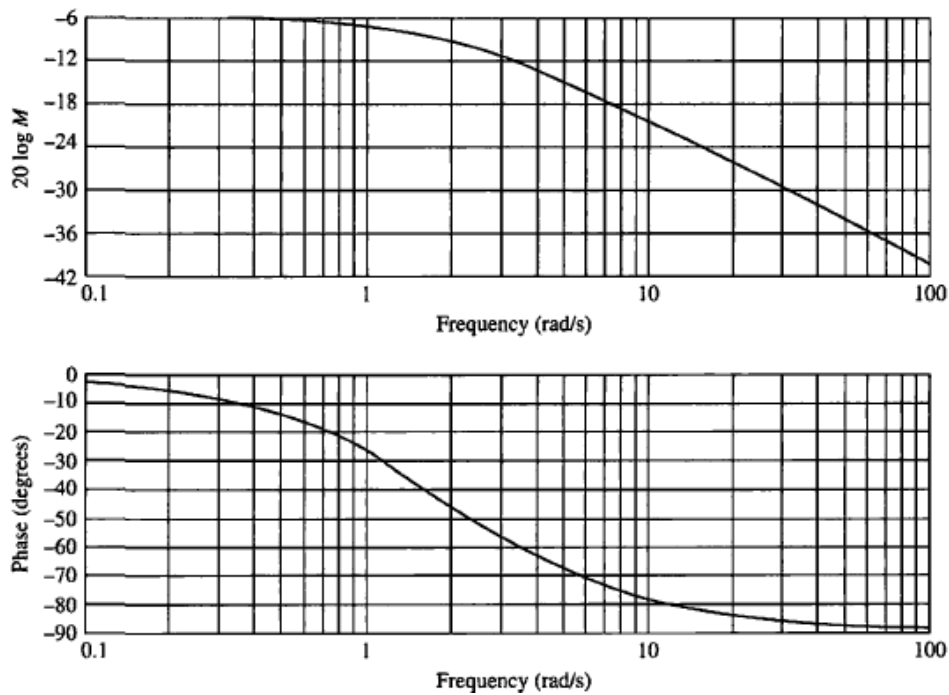
$$M_G \angle \theta_G = G(j\omega) = G(s)|_{s \rightarrow j\omega} \quad (5.13)$$

5.3. Menggambar Respon Frekuensi

$M_G(\omega) \angle \theta_G(\omega) = G(j\omega)$ dapat digambarkan dalam dua acara:

- magnitude dan sudut fasa digambarkan terpisah dalam fungsi frekuensi,
 - Magnitudo dalam decibel dB vs log (ω), dimana $\text{dB} = 20 \log(\text{Magnitudo})$
 - Fasa vs log (ω)
- polar plot, panjang fasor adalah magnitude dan sudut fasor adalah fasa

Misalkan untuk sistem $G(s) = \frac{1}{s+2}$ maka respon frekuensi terpisah antara magnitude dan fasa, berikut ini:

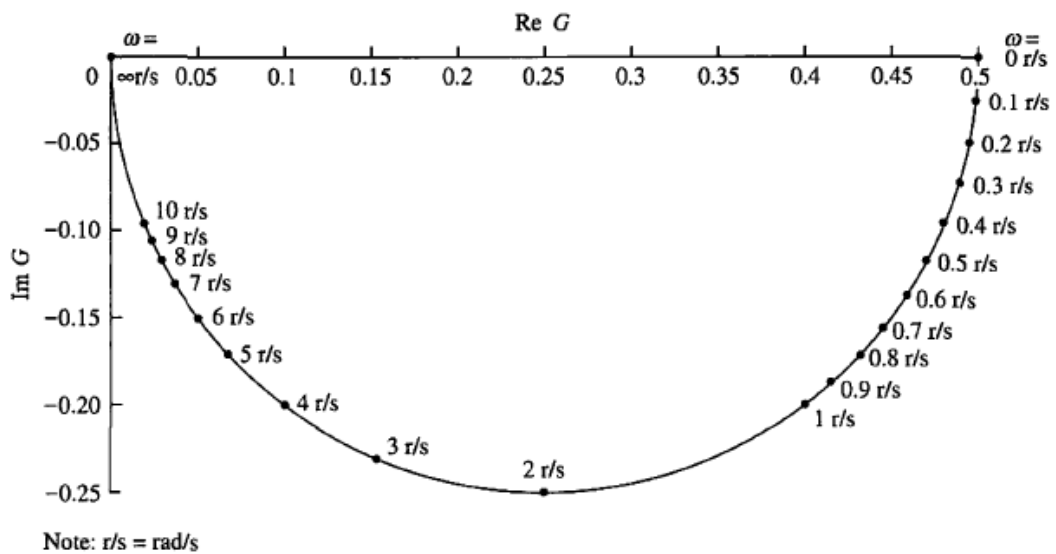


Gb.5-3. Respon frekuensi untuk magnitude dan fasa yang terpisah

Dengan substitusi $s = j\omega$ diperoleh magnitude $|G(j\omega)| = M(\omega) = \frac{1}{\sqrt{\omega^2 + 4}}$ dan fasa

$$\phi(\omega) = -\tan^{-1} \frac{\omega}{2}.$$

Adapun respon frekuensi dengan menggabungkan antara magnitude dan fasa dalam satu diagram polar plot $M(\omega) \angle \phi(\omega)$, sebagai berikut:



Gb.5-4. Respon frekuensi untuk magnitude dan fasa dalam polar plot

5.4. Diagram Bode (Bode Plot) dengan Aproksimasi asimptotik

Menggambarkan diagram Bode dapat disederhanakan secara aproksimasi urutan garis lurus. Ini akan menyederhanakan evaluasi terhadap respon frekuensi pada magnitudo dan fasa.

$$G(s) = \frac{K(s+z_1)(s+z_2)\dots(s+z_k)}{s^m(s+p_1)(s+p_2)\dots(s+p_n)} \quad (5.14)$$

Maka magnitudo :

$$|G(j\omega)| = \frac{K|(s+z_1)||s+z_2|\dots|(s+z_k)|}{|s^m|(s+p_1)|(s+p_2)|\dots|(s+p_n)|} \Bigg|_{s \rightarrow j\omega} \quad (5.15)$$

Dalam bentuk dB,

$$\begin{aligned} 20 \log |G(j\omega)| &= 20 \log K + 20 \log |(s+z_1)| + 20 \log |(s+z_2)| + \dots + 20 \log |(s+z_k)| \\ &- 20 \log |s^m| - 20 \log |(s+p_1)| + 20 \log |(s+p_2)| + \dots + 20 \log |(s+p_n)| \end{aligned} \quad (5.16)$$

Untuk respon frekuensi pada sudut fasa, kurva yang tergambar dihasilkan oleh semua fasa zero dikurangi semua fasa pole.

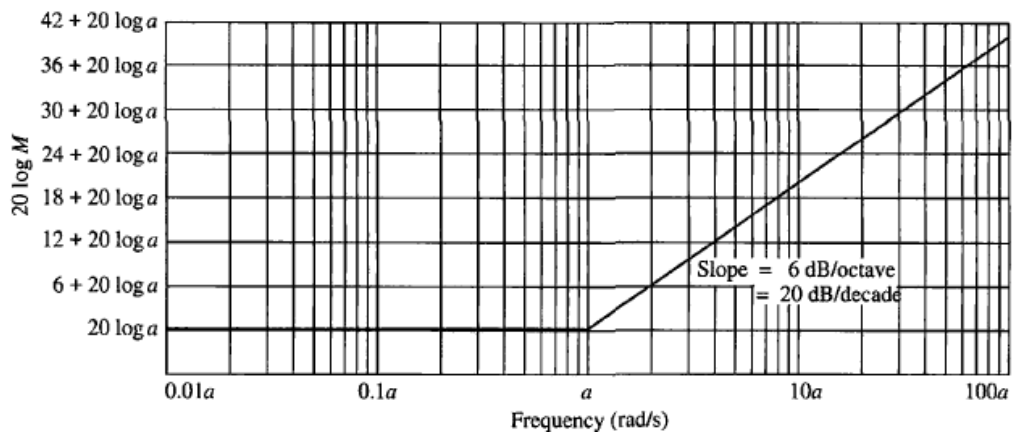
5.4.1. Diagram Bode untuk $G(s) = s + a$

Dengan substitusi $s = j\omega$ maka $G(j\omega) = j\omega + a = a \left(j \frac{\omega}{a} + 1 \right)$

Untuk frekuensi rendah, $\omega \approx 0$, $G(j\omega) \approx a = a \angle 0^\circ$ dan respon magnitudo dalam dB adalah $20 \log a$

Untuk frekuensi tinggi, $\omega \geq a$, $G(j\omega) \approx a \left(j \frac{\omega}{a} \right) = \omega \angle 90^\circ$ dan respon magnitudo dalam dB adalah $20 \log \omega$.

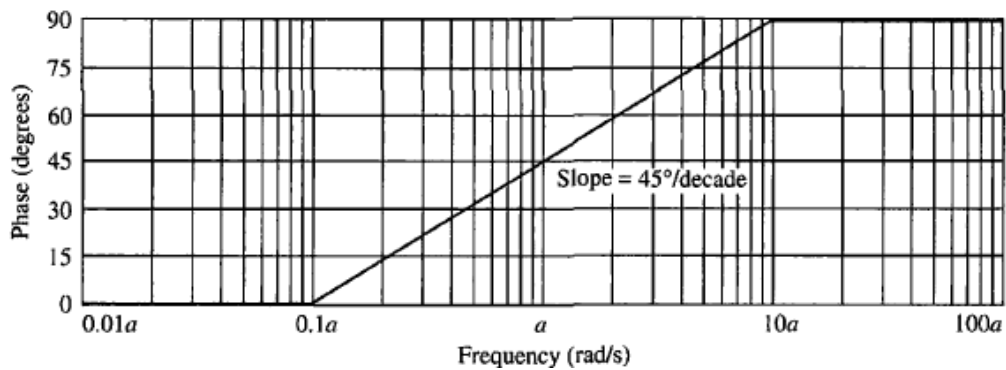
Berlaku bahwa $a < \omega < \infty$, sehingga dikatakan frekuensi rendah adalah ω sampai dengan a ($\omega = a$) dan selebihnya merupakan kondisi frekuensi tinggi $\omega > a$.



Gb.5-5. Respon frekuensi untuk magnitude $G(j\omega) = j\omega + a$

Untuk diagram fasa terhadap frekuensi, dengan memperhatikan

$$G(j\omega) = j\omega + a = a \left(j \frac{\omega}{a} + 1 \right) \text{ diperoleh gambar}$$

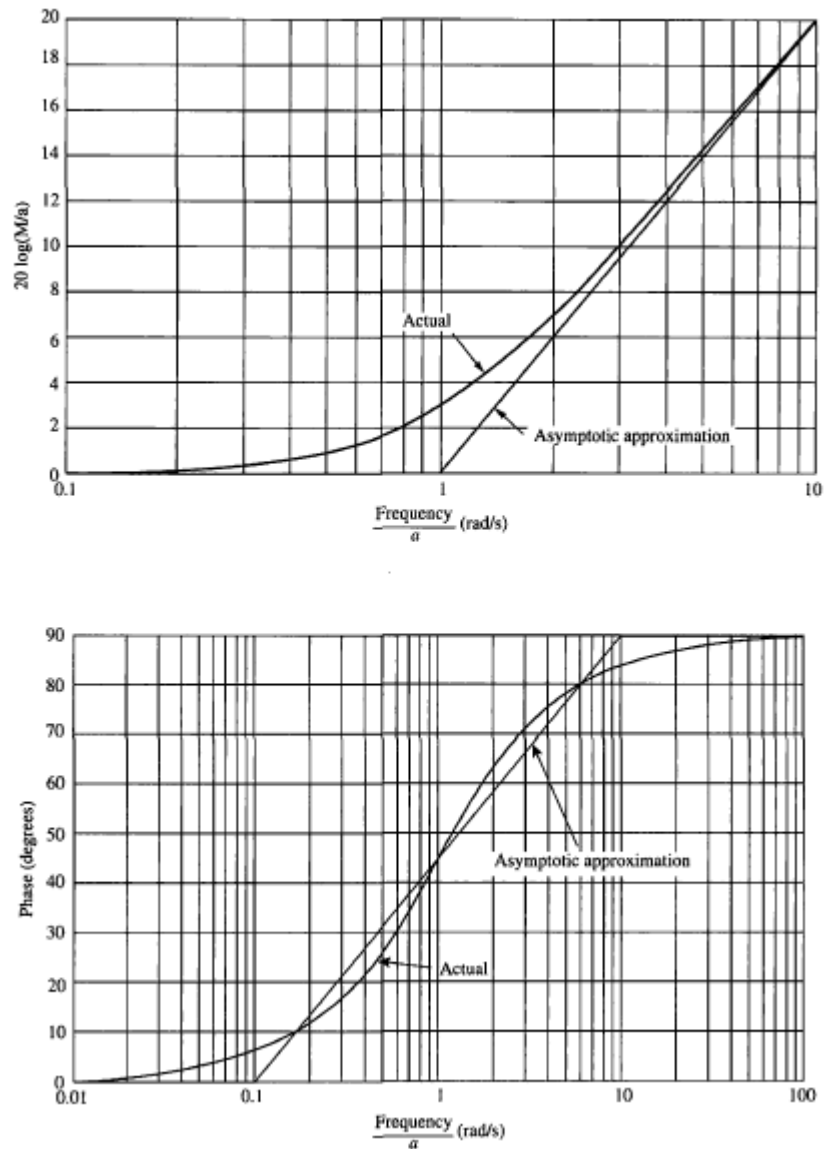


Gb.5-6. Respon frekuensi untuk fasa $G(j\omega) = j\omega + a$

Untuk mendapatkan diagram Bode yang actual, maka setiap nilai ω harus dicari respon frekuensinya seperti yang ditabelkan berikut:

Tabel.5-1. Nilai asimptotik dan actual untuk sistem $G(j\omega) = j\omega + a$

Frequency a (rad/s)	$20 \log \frac{M}{a}$ (dB)		Phase (degrees)	
	Asymptotic	Actual	Asymptotic	Actual
0.01	0	0.00	0.00	0.57
0.02	0	0.00	0.00	1.15
0.04	0	0.01	0.00	2.29
0.06	0	0.02	0.00	3.43
0.08	0	0.03	0.00	4.57
0.1	0	0.04	0.00	5.71
0.2	0	0.17	13.55	11.31
0.4	0	0.64	27.09	21.80
0.6	0	1.34	35.02	30.96
0.8	0	2.15	40.64	38.66
1	0	3.01	45.00	45.00
2	6	6.99	58.55	63.43
4	12	12.30	72.09	75.96
6	15.56	15.68	80.02	80.54
8	18	18.13	85.64	82.87
10	20	20.04	90.00	84.29
20	26.02	26.03	90.00	87.14
40	32.04	32.04	90.00	88.57
60	35.56	35.56	90.00	89.05



Gb.5-7. Perbandingan nilai asimptotik dan actual $G(j\omega) = j\omega + a$

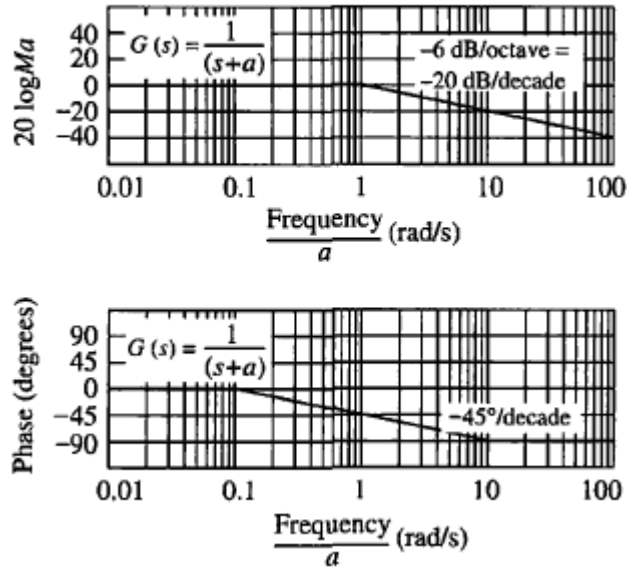
5.4.2. Diagram Bode untuk $G(s) = \frac{1}{s+a}$

Dengan substitusi $s = j\omega$ maka $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega + a} = \frac{1}{a\left(\frac{j\omega}{a} + 1\right)}$

Untuk frekuensi rendah, $\omega \approx 0$, $G(j\omega) \approx \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \angle 0^\circ$ dan respon magnitude dalam

dB adalah $20 \log \frac{1}{a}$

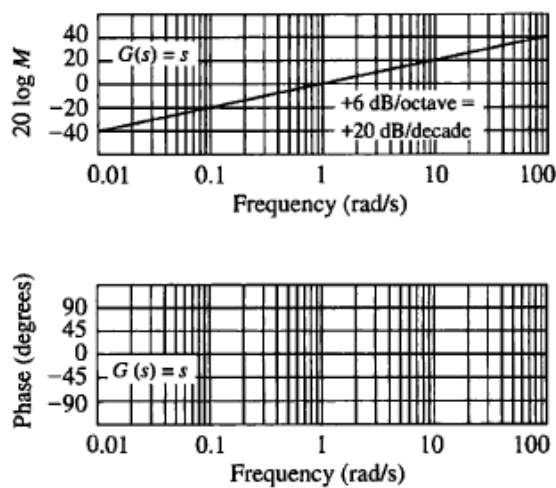
Untuk frekuensi tinggi, $\omega \approx \infty$, $G(j\omega) \approx \frac{1}{a \left(\frac{j\omega}{a} \right)} = \frac{1}{\omega} \angle -90^\circ$ dan respon magnitude dalam dB adalah $-20 \log \omega$.



Gb.5-8. Respon frekuensi untuk magnitude dan fasa $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega + a}$

5.4.3. Diagram Bode untuk $G(s) = s$

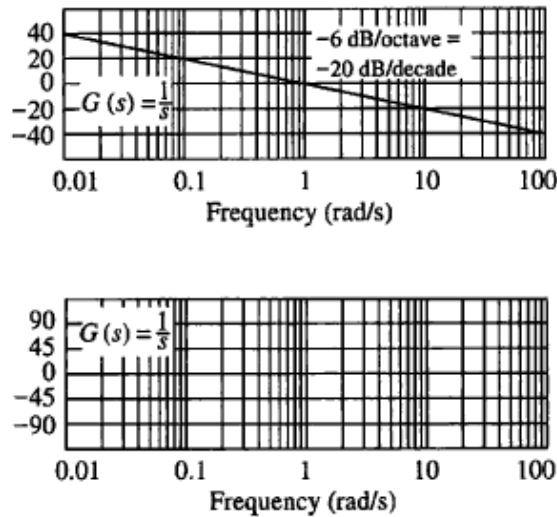
Hanya memiliki asimtot frekuensi tinggi $20 \log \omega$ dan sudut fasa yang konstan 90°



Gb.5-9. Respon frekuensi untuk magnitude dan fasa $G(j\omega) = j\omega$

5.4.4. Diagram Bode untuk $G(s) = \frac{1}{s}$

Kebalikan dengan fungsi sebelumnya, hanya memiliki asimptot frekuensi rendah $-20 \log \omega$ dan sudut fasa yang konstan -90°



Gb.5-10. Respon frekuensi untuk magnitude dan fasa $G(j\omega) = \frac{1}{j\omega}$

Berikutnya, pembahasan diagram Bode untuk sistem orde dua.

5.4.5. Diagram Bode untuk $G(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$

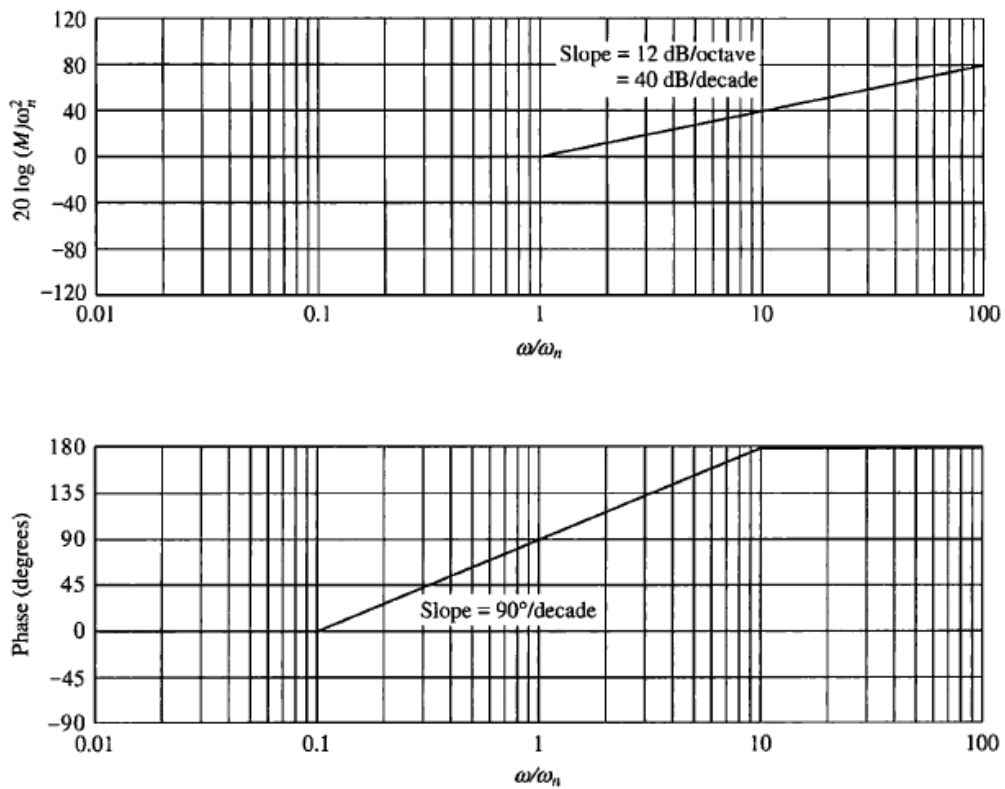
Berbeda dengan sistem orde satu, perbedaan nilai asimptotik dan actual akan lebih besar variasinya untuk nilai rasio redaman ζ tertentu.

$$G(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = \omega_n^2 \left(\frac{s^2}{\omega_n^2} + 2\frac{\zeta}{\omega_n} s + 1 \right) = \omega_n^2 \left(\frac{(j\omega)^2}{\omega_n^2} + 2\frac{\zeta}{\omega_n} (j\omega) + 1 \right)$$

Pada frekuensi rendah, $\omega \approx 0$, $G(j\omega) \approx \omega_n^2 = \omega_n^2 \angle 0^\circ$ dan respon magnitude dalam dB adalah $20 \log \omega_n^2$

Pada frekuensi tinggi, $\omega \approx \infty$, $G(s) \approx s^2 = -\omega^2 = \omega^2 \angle 180^\circ$ dan respon magnitude dalam dB adalah $20 \log \omega^2 = 40 \log \omega$

Asimptot frekuensi rendah dan asimptot frekuensi tinggi akan sama saat $\omega \approx \omega_n$



Gb.5-11. Respon frekuensi untuk magnitude dan fasa $G(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$

Untuk sistem orde satu, perbedaan antara nilai apksimasi dan nilai actual tidak akan melebihi 3.01dB dan fasa 5.71°. Koreksi terhadap diagram Bode sistem orde dua dengan memperhatikan:

$$G(j\omega) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 \Big|_{s \rightarrow j\omega} = (\omega_n^2 - \omega^2) + j2\zeta\omega_n \omega$$

Sehingga magnitude dan fasa sistem orde dua akan memenuhi persamaan:

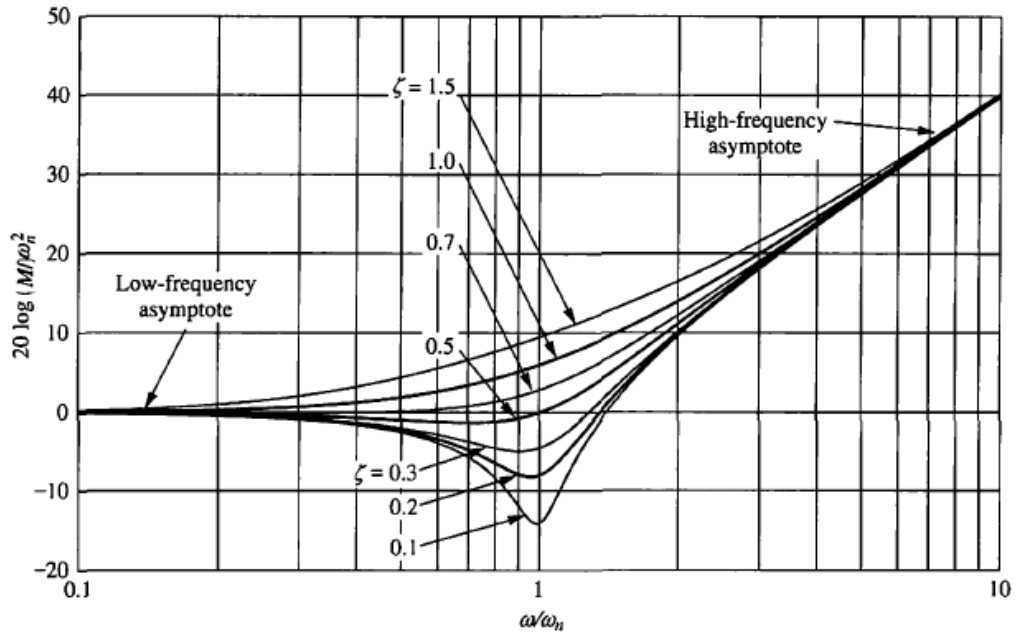
$$M = \sqrt{(\omega_n^2 - \omega^2)^2 + (2\zeta\omega_n \omega)^2}$$

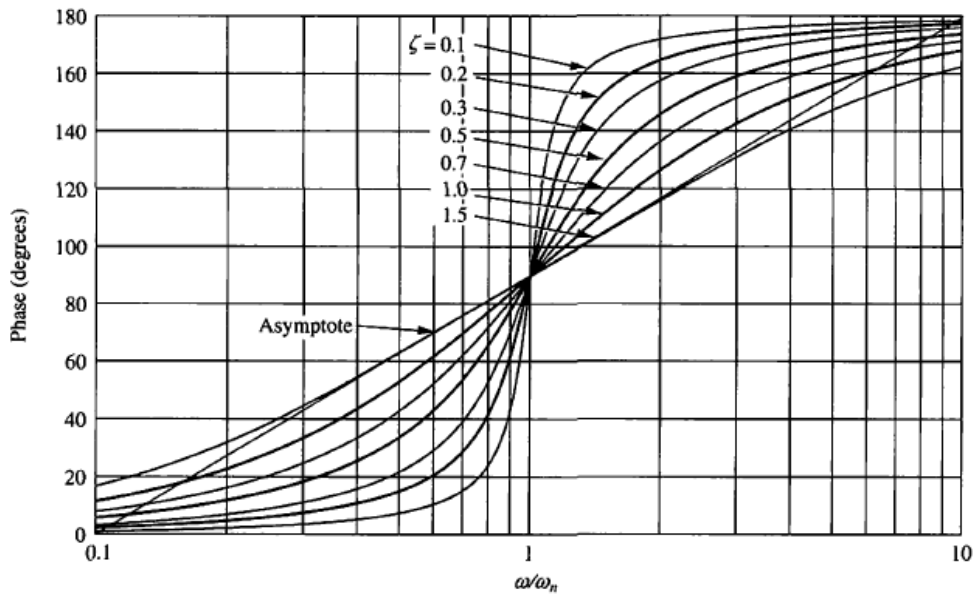
$$\phi = \tan^{-1} \frac{2\zeta\omega_n \omega}{\omega_n^2 - \omega^2}$$

Terlihat respon frekuensi actual akan sangat dipengaruhi ζ , seperti yang ditabelkan berikut ini:

Tabel.5-2. Nilai respon frekuensi untuk sistem $G(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$

Freq. $\frac{\omega}{\omega_n}$	Mag (dB) $\zeta = 0.1$	Phase (deg) $\zeta = 0.1$	Mag (dB) $\zeta = 0.2$	Phase (deg) $\zeta = 0.2$	Mag (dB) $\zeta = 0.3$	Phase (deg) $\zeta = 0.3$
0.10	-0.09	1.16	-0.08	2.31	-0.07	3.47
0.20	-0.35	2.39	-0.32	4.76	-0.29	7.13
0.30	-0.80	3.77	-0.74	7.51	-0.65	11.19
0.40	-1.48	5.44	-1.36	10.78	-1.17	15.95
0.50	-2.42	7.59	-2.20	14.93	-1.85	21.80
0.60	-3.73	10.62	-3.30	20.56	-2.68	29.36
0.70	-5.53	15.35	-4.70	28.77	-3.60	39.47
0.80	-8.09	23.96	-6.35	41.63	-4.44	53.13
0.90	-11.64	43.45	-7.81	62.18	-4.85	70.62
1.00	-13.98	90.00	-7.96	90.00	-4.44	90.00
1.10	-10.34	133.67	-6.24	115.51	-3.19	107.65
1.20	-6.00	151.39	-3.73	132.51	-1.48	121.43
1.30	-2.65	159.35	-1.27	143.00	0.35	131.50





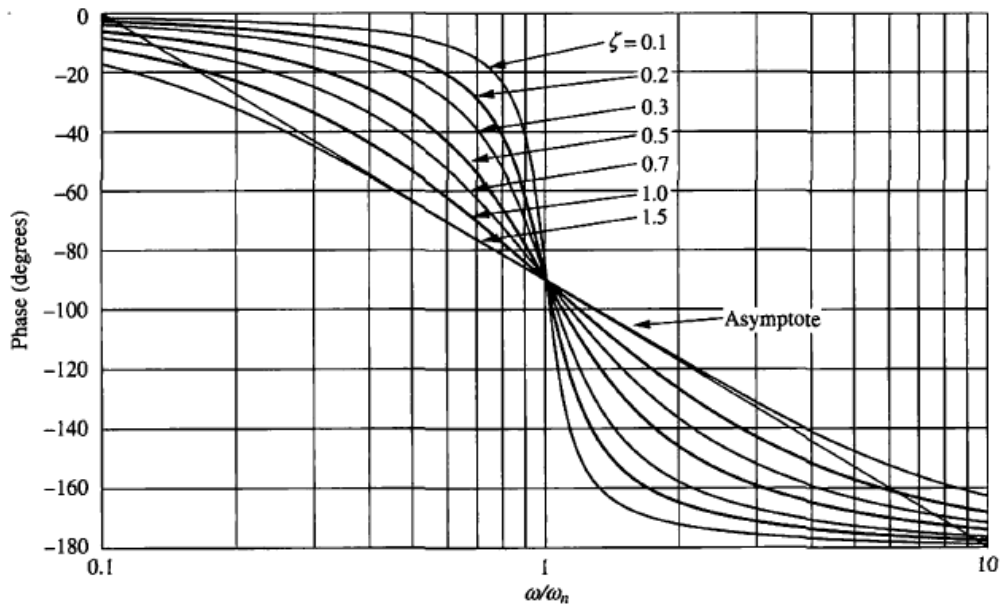
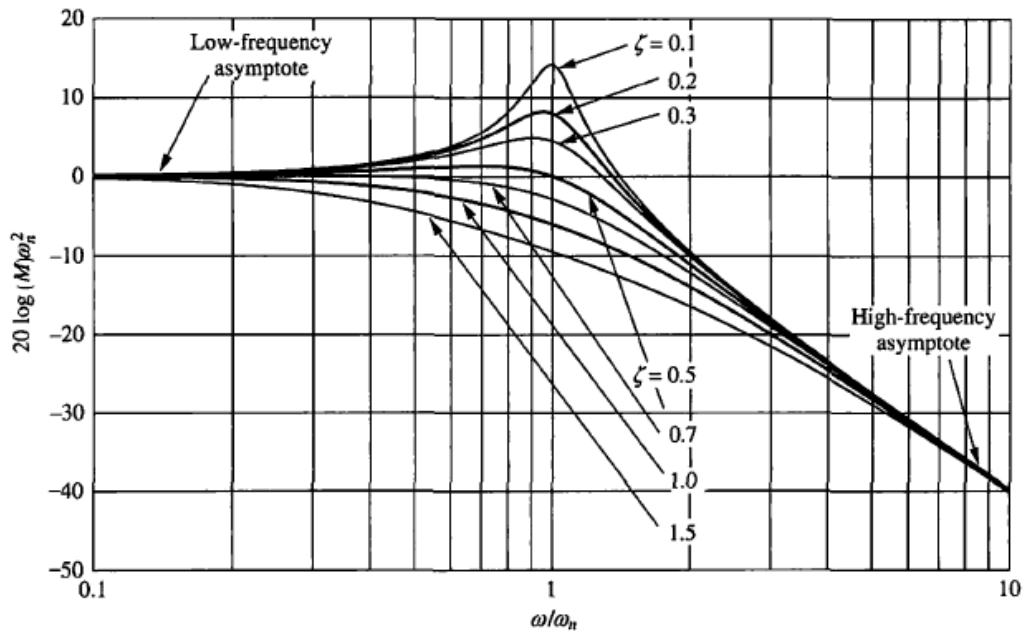
Gb.5-12. Respon frekuensi actual untuk magnitude dan fasa

$$G(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$$

5.4.6. Diagram Bode untuk $G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$

Penurunan Bode plot pada sistem $G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ akan sama dengan

diagram bode sistem sebelumnya yakni $G(s) = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2$



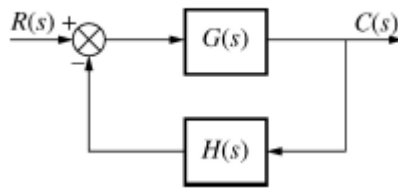
Gb.5-13. Respon frekuensi actual untuk magnitude dan fasa

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

5.5. Pengenalan Kriteia Nyquist

Kriteria Nyquist menghubungkan kestabilan sistem lup tertutup dengan respon frekuensi dan lokasi poles lup terbuka. Dengan demikian, pengetahuan tentang respon frekuensi lup terbuka sebuah sistem akan menghasilkan informasi tentang kestabilan lup tertutup sebuah sistem tersebut. Hal ini sama dengan Teknik root locus, dimana dimulai dari informasi lup terbuka, pole dan zero, kemudian dikembangkanlah informasi kestabilan dan transient lup tertutup suatu sistem.

Kriteria Nyquist ini menyediakan informasi kestabilan, kemudian akan dikembangkan pada konsep respon transient dan error steady state.



Gb.5-14. Sistem lup tertutup

Kriteria Nyquist dapat menggambarkan berapa banyak poles lup tertutup pada bidang s sebelah kanan (RHP).

Jika $G(s) = \frac{N_G}{D_G}$, $H(s) = \frac{N_H}{D_H}$, maka

$$1 + GH(s) = 1 + \frac{N_G N_H}{D_G D_H} = \frac{D_G D_H + N_G N_H}{D_G D_H} \quad ()$$

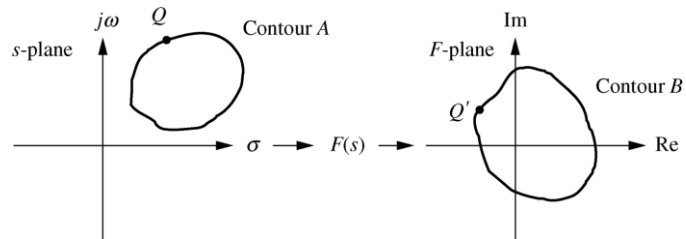
$$T(s) = \frac{G(s)}{1 + GH(s)} = \frac{N_G D_H}{D_G D_H + N_G N_H} \quad ()$$

Disimpulkan bahwa:

- Poles $1 + GH(s)$ sama dengan poles sistem lup terbuka $GH(s)$
- Zeros $1 + GH(s)$ sama dengan poles sistem lup tertutup $T(s)$

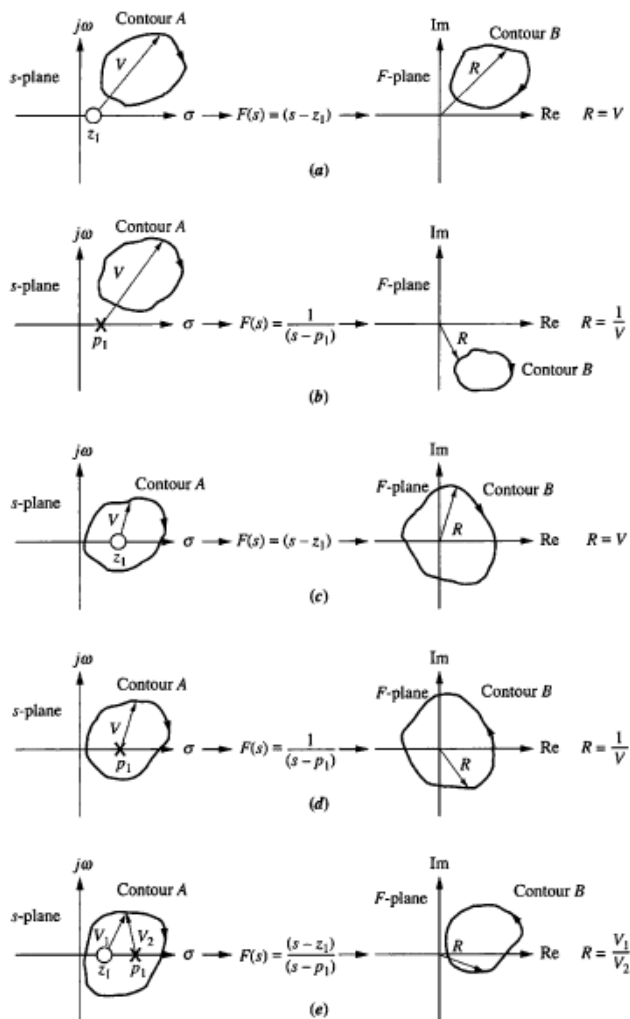
Pengertian mapping (pemetaan). Jika sebuah bilangan kompleks pada bidang s disubstitusikan ke dalam fungsi $F(s)$ akan menghasilkan bilangan kompleks yang lain. Contoh, substitusi $s = 4 + j3$ ke fungsi $s^2 + 2s + 1$ menghasilkan $16 + j30$.

Pengertian kontur (contour). Suatu kontur A merupakan sekumpulan titik yang dapat dipetakan melalui fungsi $F(s)$ menjadi kontur B. Perhatikan posisi titik Q pada kontur A menjadi Q' pada kontur B



Gb.5-15. Pemetaan kontur A ke kontur B via fungsi $F(s)$

$$F(s) = \frac{(s - z_1)(s - z_2) \cdots}{(s - p_1)(s - p_2) \cdots}$$



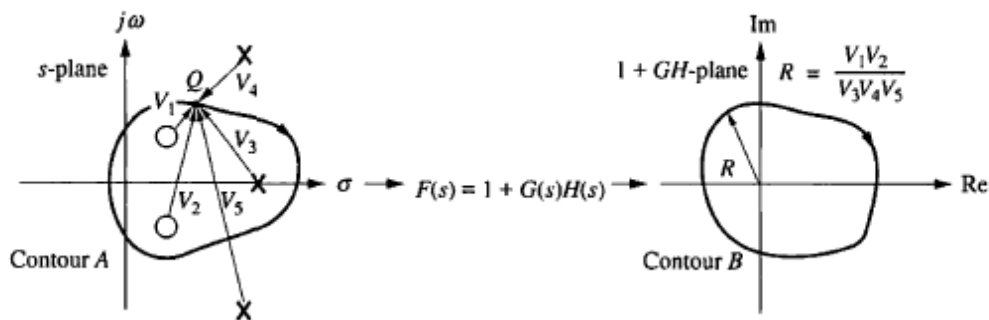
Gb.5-16. Beberapa contoh pemetaan kontur

Gambar 5-16 diatas merupakan beberapa contoh pemetaan kontur. Bilangan kompleks R dievaluasi dari bilangan kompleks V. Perlu diperhatikan bahwa:

- Jika diasumsikan kontur A searah jarum jam, maka kontur B juga searah jarum jam jika $F(s)$ memiliki zeros dan poles yang tidak berada/dilingkari oleh kontur. Kontur B akan berlawanan jarum jam jika $F(s)$ memiliki poles yang dilingkari kontur
- Jika poles atau zeros $F(s)$ dilingkari kontur A, maka pemetaan kontur B akan melingkari titik asal, kecuali jika jumlah pole dan zero yang dilingkari sama sehingga saling menghilangkan.

Untuk kestabilan dengan kriteria Nyquist, terdapat hubungan unik antara jumlah poles $F(s)$ yang terdapat didalam kontur A, jumlah zeros $F(s)$ yang terdapat dalam kontur A dan jumlah pelingkaran titik asal yang berlawanan jarum jam pada pemetaan kontur B. Relasi ini merupakan kriteria Nyquist untuk menjelaskan kestabilan.

Pertama, $F(s) = 1 + GH(s)$ dan V merupakan jarak masing-masing poles dan zeros terhadap Q dekat kontur A.



Gb.5-17. Representasi pemetaan vektor

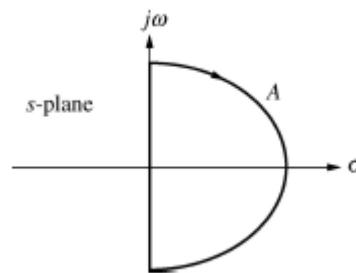
Hasil pemetaan kontur A terhadap fungsi $F(s) = 1 + GH(s)$ adalah kontur B dengan $R = V_1V_2 / V_3V_4V_5$

Maka, $N = P - Z$ dimana N adalah jumlah putaran berlawanan jarum jam pada kontur B yang melingkari titik asal, P adalah jumlah poles $1 + GH(s)$ dalam kontur A dan Z adalah jumlah zeros $1 + GH(s)$ dalam kontur A.

Karena poles pada gambar 5-17 merupakan poles $1 + GH(s)$ sehingga sama dengan poles lup terbuka $GH(s)$ dan diketahui. Sedangkan zeros merupakan zeros $1 + GH(s)$ sehingga merupakan poles lup tertutup $T(s)$ dan tidak diketahui.

Maka P adalah jumlah poles lup terbuka yang dilingkupi, Z adalah jumlah poles lup tertutup yang dilingkupi, $N = P - Z$ atau $Z = P - N$ menunjukkan jumlah poles lup tertutup didalam kontur (sama dengan zeros dalam kontur) sama dengan jumlah poles lup terbuka $GH(s)$ dalam kontur minus jumlah putaran berlawanan jarum jam pemetaan yang melingkupi titik asal.

Dengan memperluas kontur yang meliputi semua bidang s sebelah kanan (RHP), maka bilangan bidang s sebelah kanan, poles lup tertutup dalam kontur A dapat dihitung dan dapat menjelaskan kestabilan. Jumlah poles lup terbuka P dalam kontur sama dengan poles $GH(s)$ yang terletak disebelah kanan bidang s akan dapat dihitung sehingga permasalahan yang tersisa adalah bagaimana memperoleh N dan pemetaan.

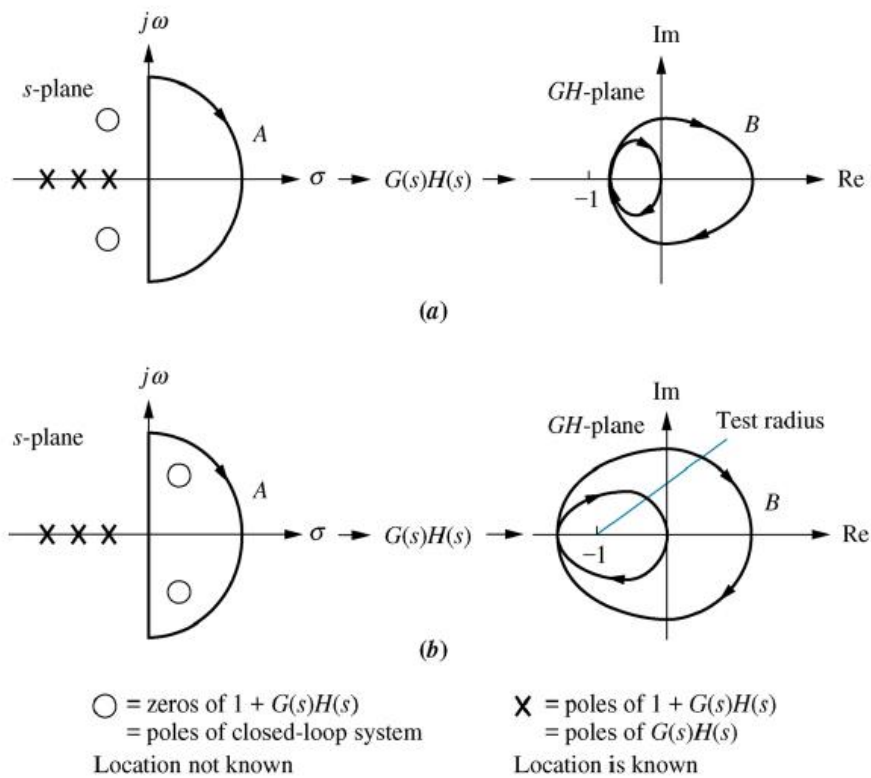


Gb.5-18. Kontur yang melingkupi RHP

Jika kita memetakan melalui $GH(s)$ sebagai ganti $1 + GH(s)$, hasil kontur akan tetap sama kecuali harus digeser satu unit ke kiri, artinya akan melingkari -1 sebagai ganti titik asal. Kriteria stabilitas Nyquist, disimpulkan:

Sebuah kontur A yang melingkari semua bidang s sebelah kanan dipetakan melalui $GH(s)$ maka jumlah poles lup tertutup Z pada bidang s sebelah kanan sama dengan jumlah poles lup terbuka P yang terletak sebelah kanan bidang s minus jumlah perputaran berlawanan jarum jam N disekitar -1 , $Z = P - N$. Ini merupakan diagram Nyquist untuk $GH(s)$.

Sebelum menggambar diagram Nyquist, beberapa contoh yang menggunakan kriteria Nyquist untuk menjelaskan kestabilan sistem diberikan melalui gambar dibawah ini.



Gb.5-19. a) Kontur tidak melingkupi poles lup tertutup b) Kontur melingkupi

Pada gambar a) diatas, diagram Nyquist tidak melingkupi -1 sehingga $P=0, N=0$ dan $Z = P - N = 0$. Karena Z adalah jumlah poles lup tertutup dalam kontur A yang melingkupi RHP maka sistem tidak memiliki poles RHP sehingga stabil.

Adapun pada gambar b), ada dua putaran searah jarum jam melingkupi -1, sehingga $P=0, N=-2$ dan $Z = P - N = 2$, artinya dua poles lup tertutup dalam kontur A.

5.6. Sketsa Diagram Nyquist

Untuk sebuah sistem umpan balik berikut ini, buatlah diagram Nyquistnya:

$$G(s) = \frac{500}{(s+1)(s+3)(s+10)}$$

Dengan substitusi $s = j\omega$, dan dikalikan dengan kompleks conjugate pembaginya maka didapatkan

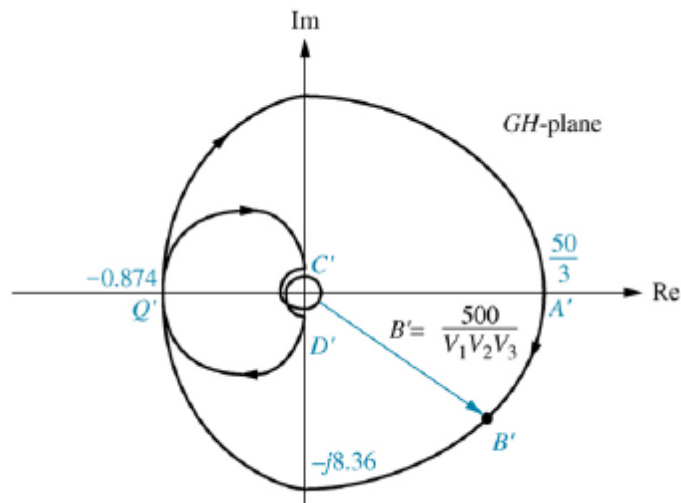
$$G(j\omega) = 500 \frac{(-14\omega^2 + 30) - j(43\omega - \omega^3)}{(-14\omega^2 + 30)^2 + (43\omega - \omega^3)^2}$$

Untuk $\omega = 0$, $G(j\omega) = \frac{50}{3} \angle 0^\circ$

Untuk $\omega = \sqrt{\frac{30}{14}}$, $G(j\omega)$ akan memotong sumbu $j\omega$ di $G(j\omega) = -j8.36$

. Untuk $\omega = \sqrt{43}$, $G(j\omega)$ akan memotong sumbu riil di $G(j\omega) = -0.874$

Untuk $\omega = \infty$, $G(j\omega) = 0$



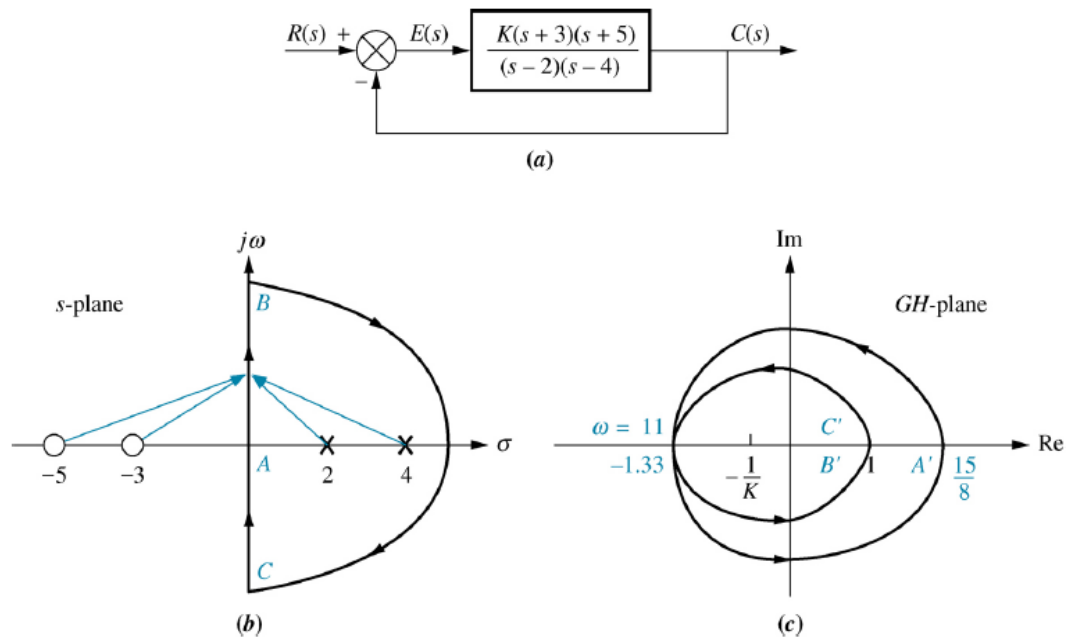
Gb.5-20 Diagram Nyquist

5.7. Kestabilan via Diagram Nyquist

Kestabilan via diagram Nyquist dapat dijelaskan dengan persamaan sederhana $Z = P - N$ dimana P adalah jumlah poles lup terbuka $GH(s)$ yang dilingkupi oleh kontur, N adalah jumlah lingkaran diagram Nyquist pada titik -1 sehingga Z , jumlah poles RHP dapat diketahui.

Pertanyaannya adalah bagaimana kisaran gain untuk sistem yang stabil, yang sebelumnya telah diselesaikan dengan metode root locus maupun Routh Hurwitz.

Sebagai contoh, gambar 5-21 dibawah ini, dimana diagram Nyquist untuk sistem dengan gain K yang bervariasi sehingga menghasilkan diagram Nyquist yang mengembang maupun menciut. Saat gain K meningkat, $P=2$, $N=2$ sehingga $Z=0$ dan sistem stabil. Jika gain berkurang maka $N=0$ dan $Z=2$ maka sistem tidak stabil.



Gb.5-21 Sistem, kontur dan Diagram Nyquist

Cara pandang lain, diagram Nyquist stasioner dan titik -1 bergerak sepanjang sumbu riil. Pasang $K=1$ dan titik kritisnya $-1/K$, sebagai ganti -1. Titik kritis akan semakin dekat dengan titik asal jika K membesar. Pada akhirnya, Nyquist akan memotong -1 di sumbu riil sehingga $GH(j\omega) = -1$.

Dari konsep root locus, jika $GH(s) = -1$ maka s merupakan pole lup tertutup. Frekuensi diagram Nyquist saat memotong sumbu riil -1 akan sama dengan frekuensi root locus yang memotong sumbu $j\omega$ sehingga pada saat tersebut akan stabil marginal.

Sebagai contoh, sebuah sistem dengan umpan balik satu,

$$G(s) = \frac{K}{s(s+3)(s+5)}$$

Carilah kisaran gain K untuk kondisi stabil, tidak stabil dan nilai gain untuk stabil marginal. Tentukan pula frekuensi osilasi saat stabil marginal dengan menggunakan kriteria Nyquist.

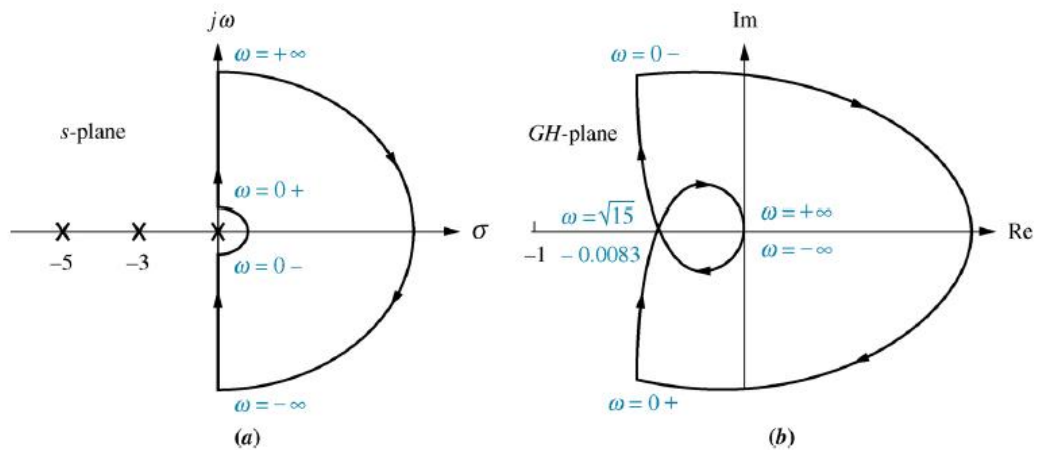
Dengan $K=1$,

$$GH(j\omega) = \frac{-8\omega^2 - j(15\omega - \omega^3)}{64\omega^4 + \omega^2(15 - \omega^2)^2}$$

Untuk $\omega = 0$, $GH(j\omega) = -0.0356 - j\infty$

.Untuk $\omega = \sqrt{15}$, $G(j\omega)$ akan memotong sumbu riil di $GH(j\omega) = -0.0083$

Untuk $\omega = \infty$, $G(j\omega) = 0 \angle -270^\circ$



Gb.5-22 Kontur dan Diagram Nyquist

Dari kontur pada gambar 5-22 diatas, $P=0$ dan untuk kestabilan harusnya $N=0$, sehingga $Z = P - N = 0$. Gain K dapat diperbesar $1/0.0083=120.5$ sebelum melingkari -1 . Dengan demikian kestabilan tercapai untuk $K < 120.5$, stabilitas marginal untuk $K=120.5$ dengan frekuensi osilasi $\omega = \sqrt{15}$, dimana pada gain ini Nyquist memotong -1 .

Bab 6 Desain via Respon Frekuensi

Tujuan Pembelajaran :

- Dapat menggunakan respon frekuensi untuk mengatur penguatan K yang dapat memenuhi spesifikasi respon transien
- Dapat menggunakan respon frekuensi untuk mendesain cascade kompensator untuk memperbaiki error steady state
- Dapat menggunakan respon frekuensi untuk mendesain cascade kompensator untuk memperbaiki respon transien
- Dapat menggunakan respon frekuensi untuk mendesain cascade kompensator untuk memperbaiki error steady state dan respon transien

Studi Kasus

Studi kasus yang akan didemonstrasikan adalah mengenai sistem kendali posisi antenna . Langkah pertama dengan mengatur nilai penguatan supaya memenuhi persyaratan transien . Langkah berikutnya adalah mendesain suatu kompensator untuk memenuhi persyaratan error steady state dan respon transien.

6.1. Pendahuluan

Pada bagian sebelumnya kita sudah bahas bagaimana mendesain spesifikasi transien dan error steady state melalui pengaturan penguatan pada *root locus*. Desain awal ini mempunyai kekurangan yaitu respon transien yang dapat kita atur sifatnya terbatas hanya pada lokasi *root locus* saja . Untuk memenuhi spesifikasi transien yang di luar *root locus* maka perlu dibuat *root locus* yang baru dengan menambahkan suatu kompensator. Cara kedua yang dapat dilakukan jika lokasi *pole* yang diinginkan tidak ada pada *root locus*, adalah dengan metoda respon frekuensi.

Perbandingan antara desain via *root locus* dengan respon frekuensi dapat dilihat dari 2 aspek berikut :

- a. Respon transien

Dengan *root locus* dapat diidentifikasi titik spesifik (*pole* dominan) sebagai respon transien karakteristik kemudian dari titik ini kita dapat tentukan kompensator yang dapat memenuhi spesifikasi transien tersebut. Dengan respon frekuensi, spesifikasi transien seperti overshoot dapat dinyatakan dengan margin fasa, dan settling time, waktu naik dan sebagainya dinyatakan dengan bandwidth dari respon frekuensi. Jadi metoda respon frekuensi ini akan berusaha untuk mengubah bentuk dari respon frekuensi awal loop gain sehingga margin fasa dan bandwidth nya sesuai dengan spesifikasi yang diharapkan, dimana margin fasa dan bandwidth diturunkan dari spesifikasi transien. Biasanya untuk memenuhi spesifikasi ini perlu dilakukan percobaan berulang pada saat mendesain.

b. Error steady state

Keuntungan menggunakan metoda respon frekuensi adalah kemampuan untuk membuat kompensator (kompensator fasa maju) yang dapat mempercepat respon sistem sekaligus pula memperkecil error steady state dan sekali lagi hanya dengan menggunakan kompensator fasa maju saja.

Ketika mendesain dengan metoda respon frekuensi, konsep yang digunakan antara lain : kestabilan, respon transien, error steady state yang telah dipelajari di bagian sebelumnya. Pertama, konsep kestabilan Nyquist, dengan kriteria nyquist dapat ditentukan apakah suatu sistem closed loop stabil atau tidak hanya dengan melihat kurva respon frekuensi loop gain. Jika dengan bode plot dapat juga dilihat bahwa sistem yang stabil akan memiliki penguatan kurang dari 0 dB saat sudut phasanya di 180 derajat. Kedua, overshoot dapat dikurangi dengan menaikkan nilai dari margin fasa, sedangkan kecepatan respon sistem semakin cepat jika bandwidth semakin lebar. Terakhir error steady state dapat diperkecil dengan cara membuat penguatannya lebih tinggi pada daerah frekuensi rendah.

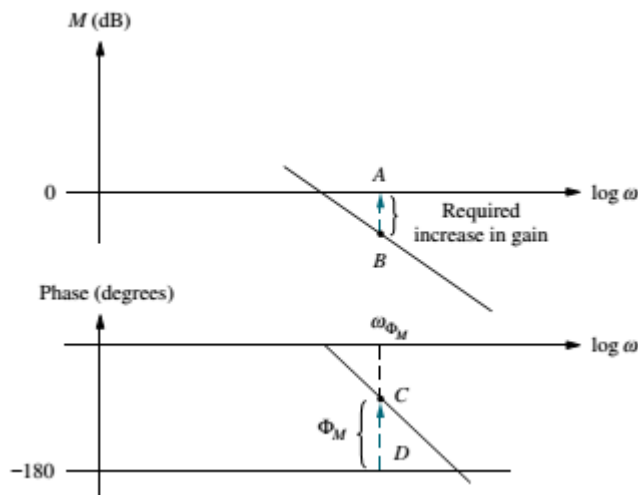
Penekanan pada desain metoda frekuensi ini lebih ditekankan pada desain kompensator fasa mundur, maju, dan maju mundur. Konsep desain secara umum akan dijelaskan terlebih dahulu kemudian akan diikuti dengan beberapa prosedur. Konsep ini nantinya juga dapat berlaku saat desain kendali PI, PD, dan PID.

6.2. Respon Transien Vs Pengaturan penguatan K

Hubungan antara margin fasa dan respon transien diturunkan dari persamaan orde dua berikut :

$$G(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s + 2\zeta\omega_n)}$$

Dengan membuat nilai margin fasanya berubah ubah maka kita akan dapatkan nilai overshoot yang bervariasi. Perhatikan gambar berikut :



Terlihat dari gambar untuk menaikkan fasa margin sebesar CD maka cukup dilakukan dengan penguatan konstan sebesar AB. Sehingga penguatan sederhana konstan saja dapat digunakan untuk mengatur nilai overshoot yang diinginkan . Berikut adalah prosedur untuk menentukan nilai penguatan konstan sehingga dapat memenuhi nilai overshoot yang diinginkan dengan mengasumsikan juga bahwa sisatem orde 2.

Prosedur Desain

- a. Gambar kurva magnitude dan fasa
- b. Gunakan persamaan berikut untuk menentukan margin fasa dari overshoot

$$\Phi_M = \tan^{-1} \frac{2\zeta}{\sqrt{-2\zeta^2 + \sqrt{1 + 4\zeta^4}}} \quad |$$

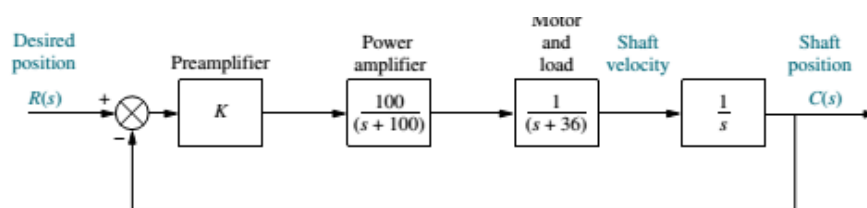
$$\zeta = \frac{-\ln(\%OS/100)}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(\%OS/100)}}$$

- c. Temukan frekuensi margin fasa yang akan menghasilkan margin fasa sebesar CD
- d. Tambahkan penguatan konstan sebesar AB yang membuat penguatan menjadi 0 dB saat frekuensi pada frekuensi margin fasa.

Contoh Soal 1. Desain Respon transien via pengaturan penguatan konstan

Problem :

Untuk sistem kendali posisi berikut :

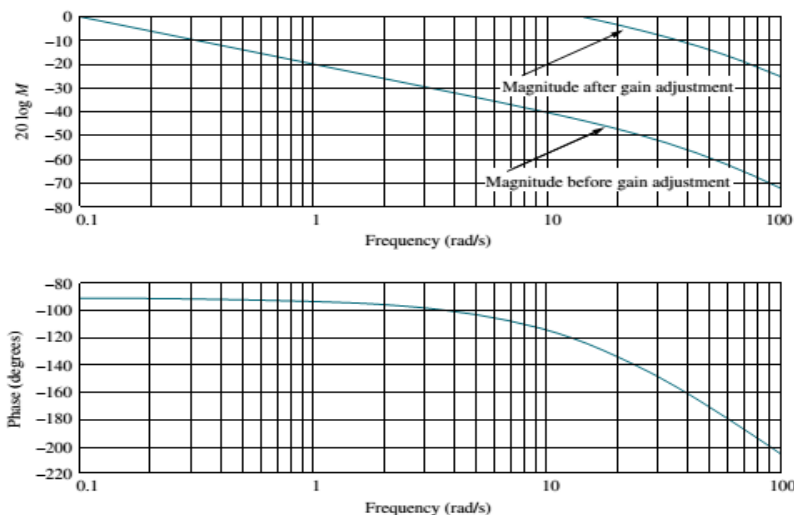


Tentukanlah nilai K yang menghasilkan OS = 9.5% gunakan metoda pengaturan penguatan konstan.

Solusi :

Sekarang kita coba lakukan prosedur yang telah dijelaskan sebelumnya

- a. Supaya mudah , pilih $K = 3.6$ agar plot magnitude menyatakan 0 dB pada saat $\omega = 0.1 \text{ rad/s}$
- b. Dari persamaan , OS = 9.5% merepresentasikan nilai $\zeta = 0.6$ dan akan menghasilkan margin fasa sebesar 59.2 .



- c. Tentukan frekuensi saat phase margin = 59.2° , yaitu frekuensi saat sudut fasanya $-180 + 59.2 = -120.8$ dari bode plot dapat dilihat frekuensinya adalah 14.8 rad/s
- d. Pada frekuensi 14.8 rad/s ini mempunyai penguatan sebesar -44.2 dB , maka supaya 0 dB perlu ditambahkan sebesar 44.2 dB atau sebesar $K= 162.2$, karena sebelumnya sudah dikalikan dengan $K = 3.6$ maka penguatan totalnya adalah $K=(3.6)(162.2) =583.9$ maka persamaan loop gain yang baru menjadi :

$$G(s) = \frac{58,390}{s(s + 36)(s + 100)}$$

Berikut adalah tabel hasil simulasi :

Parameter	Proposed specification	Actual value
K_v	—	16.22
Phase margin	59.2°	59.2°
Phase-margin frequency	—	14.8 rad/s
Percent overshoot	9.5	10
Peak time	—	0.18 second

6.3. Kompensator fasa mundur

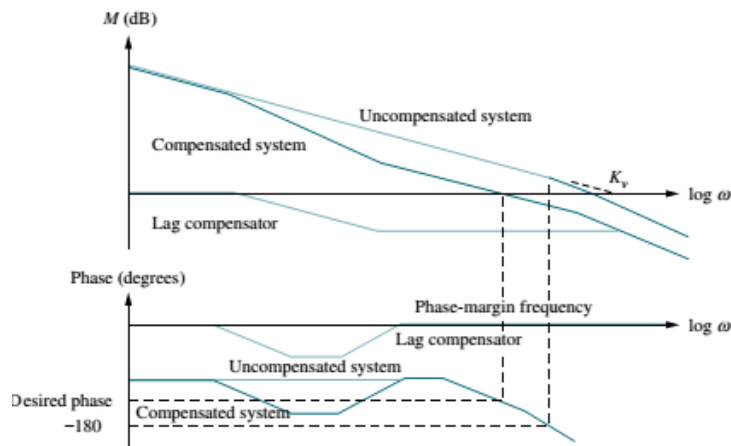
Lihat pada bagian sebelumnya metoda desain dengan metoda *root locus* untuk kompensator fasa mundur dan kendali PI digunakan untuk memperbaiki error steady state tanpa mempengaruhi respon transien.

Visualisasi Kompensator fasa mundur

Fungsi kompensator fasa mundur jika dilihat dari metoda respon frekuensi ada 2 yaitu :

- Memperbesar konstanta galat static dengan cara memperbesar penguatan pada daerah frekuensi rendah tanpa membuat sistem menjadi tidak stabil.
- Menaikkan nilai margin fasa untuk memperoleh respon transien yang diinginkan .

Terlihat bahwa dengan kompensator fasa mundur pun respon transien dapat diatur tanpa menambahkan kompensator fasa maju. Perhatikan gambar berikut :



Sistem yang belum terkompensasi terlihat tidak stabil karena penguatannya lebih dari 0 dB saat sudut fasa 180 . Disini kompensator fasa mundur tidak mengurangi dan tidak menambah penguatan pada frekuensi rendah. Sehingga error steady state dapat dikatakan tidak mengalami perubahan. Namun kompensator fasa mundur dapat mengubah sistem yang tadinya tidak stabil menjadi stabil dengan cara mengurangi gain pada daerah sekitar frekuensi gaincrossover. Terlihat kurva berubah bentuk menjadi lebih stabil dan nilai margin fasa bertambah.

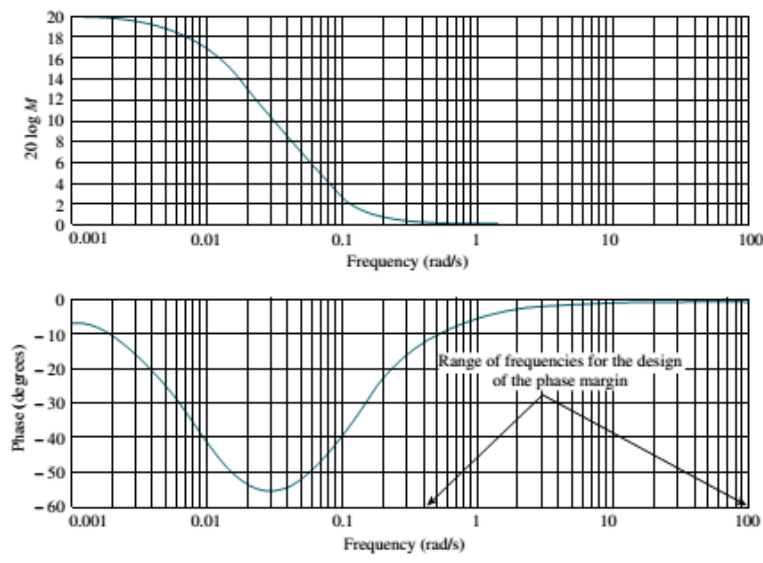
Desain Prosedur

- Pilih penguatan K pada nilai yang memenuhi spesifikasi error steady state dan plot kurva magnitude dan fasa dengan nilai K ini .
- Temukan nilai frekuensi dimana margin fasa 5 sampai 12 derajat lebih besar dari margin fasa yang diinginkan. Untuk menghasilkan respon transien yang diinginkan. 5 sampai 12 derajat merupakan sudut yang harus ditambahkan untuk mengkompensasi sudut negatif yang diperoleh dari kompensator fasa mundur pada daerah frekuensi tinggi.
- Gambar asimtot untuk frekuensi tinggi pada kompensator fasa mundur dimana jika ini ditambahkan pada penguatan saat frekuensi margin fasa pada langkah b maka hasilnya akan sama dengan 0 dB. Misalkan saat

frekuensi margin fasa penguatan yang dihasilkan adalah $20\log K_{PM}$ maka asimtot frekuensi pada kompensator fasa mundur diatur pada penguatan $-20\log K_{PM}$ sehingga totalnya akan sama dengan 0 dB. Pilih break frekuensi pada bagian atasnya 1 dekade di bawah frekuensi margin fasa. Kemudian buatlah asimtot frekuensi rendah pada 0 dB, sebelumnya buat terlebih dahulu garis lurus 20 dB/decade untuk menentukan break frekuensi bawahnya.

- d. Atur kembali nilai K untuk mengkompensasi redaman akibat penambahan kompensator fasa mundur.

Berikut adalah contoh gambar bode plot untuk kompensator fasa maju dengan format persamaan umumnya.



$$G_c(s) = \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\alpha T}}$$

Nilai alpha selalu dipilih lebih besar dari satu, supaya bagian *zero* dari kompensator fasa maju lebih besar dari nilai *polonya*.

Contoh soal 2. Desain kompensator fasa mundur

Problem :

Diinginkan sistem dengan loop gain berikut :

$$G(s) = \frac{58,390}{s(s + 36)(s + 100)}$$

Desainlah kompensator fasa mundur supaya mempunyai nilai overshoot tetap sebesar 9.5 % dengan nilai Kv 10 kali lebih besar dari nilai sebelumnya.

Solusi :

Langkah a:

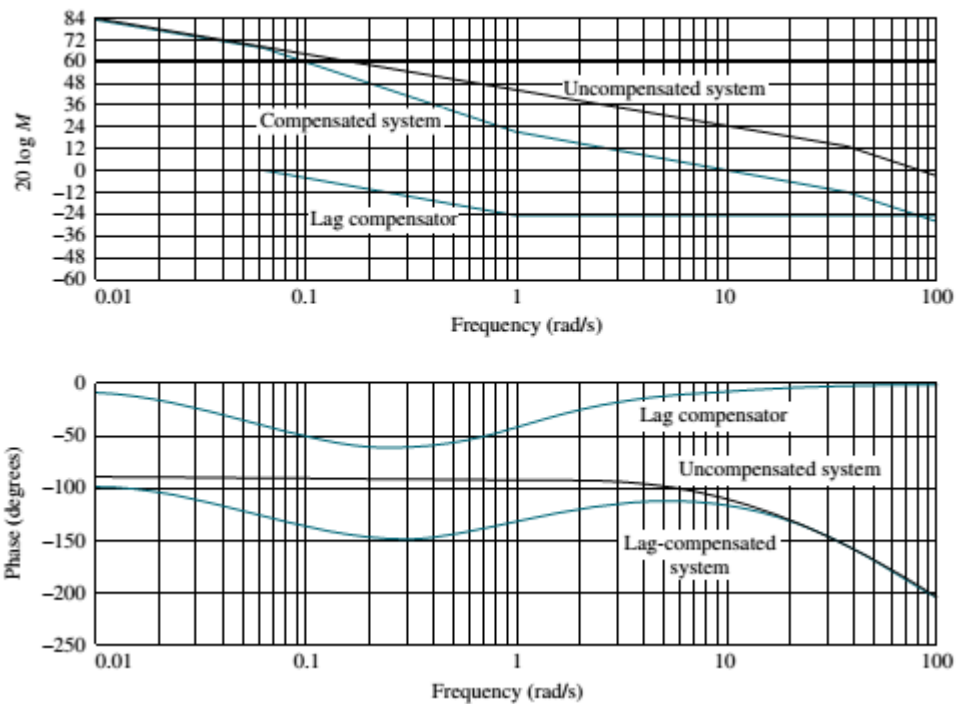
Pertama hitung nilai Kv awal :

Kv awal = $58,390 / [(36)(100)] = 16.22$ supaya naik menjadi 10 kali maka K = 583,900 dengan loop gain yang baru menjadi sebagai berikut :

$$G(s) = \frac{583,900}{s(s + 36)(s + 100)}$$

Langkah b:

Nilai margin fasa yang diinginkan dari nilai overshoot 9.5 % atau redaman = 0.6 adalah 59.2. Untuk mengkompensasi sudut kompensator fasa mundur pada frekuensi tinggi maka spesifikasi fasa margin ditambah 10 derajat. Sekarang nilai fasa margin yang baru adalah 69.2. berarti pada 0 dB sudut fasa dari sistem loop gainnya adalah $-180 + 69.2 = -110.8$ dan ini pada frekuensi 9.8 rad/s. Jika dilihat sekarang maka magnitude pada frekuensi 9.8 rad/s adalah +24 dB. Oleh karena itu , kompensator fasa mundur harus menyediakan – 24 dB untuk meredam ini sehingga menjadi 0 dB. Berikut gambar bode plot untuk sistem yang sebelum dan sesudah terkompensasi .



Langkah c dan d

Pertama-tama gambar asimtot frekuensi tinggi pada -24 dB. Pilih *zero* atau break frekuensi atas 1 dekade dibawah 9.8 rad/s yaitu 0.98 rad/s . saat frekuensi tinggi maka penguatan harus sama dengan -24 dB yaitu 0.063 . Saat frekuensi rendah , nilai penguatan pada kompensator harus sama dengan 0 dB atau 1 . Sehingga kompensator fasa mundur yang mungkin adalah sebagai berikut:

$$G_c(s) = \frac{0.063(s + 0.98)}{(s + 0.062)}$$

Loop gain yang baru setelah ditambahkan dengan kompensator menjadi :

$$G(s)G_c(s) = \frac{36,786(s + 0.98)}{s(s + 36)(s + 100)(s + 0.062)}$$

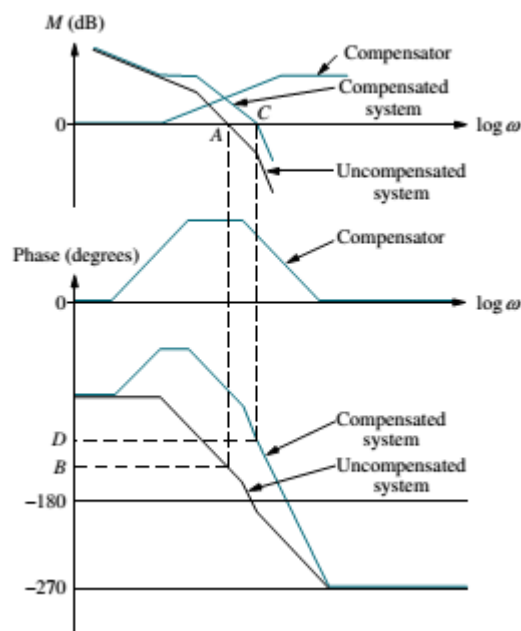
Karakteristik dari sistem yang terkompensasi, dilihat dari simulasi ditunjukkan pada tabel berikut :

Parameter	Proposed specification	Actual value
K_v	162.2	161.5
Phase margin	59.2°	62°
Phase-margin frequency	—	11 rad/s
Percent overshoot	9.5	10
Peak time	—	0.25 second

1. Kompensator fasa maju

Untuk sistem orde 2, kita sudah turunkan hubungan antara margin fasa dan overshoot begitu juga dengan spesifikasi domain waktu seperti settling time, waktu naik, waktu puncak dengan closed loop bandwidth respon frekuensi. Berbeda dengan metoda kompensator fasa mundur, yang sudut fasanya tidak terlalu memegang peranan penting. Kompensator fasa maju mempunyai tujuan utama menambahkan sudut fasanya pada sudut fasa loop gain. Penambahan sudut fasa kompensator fasa maju akan membuat margin fasa meningkat dan pergeseran frekuensi gaincrossover lebih ke kanan yang mana menyebabkan respon transien menjadi lebih cepat.

Visualisasi kompensasi fasa maju



Kompensator fasa maju meningkatkan bandwidth dengan cara mengganti frekuensi gain crossover menjadi lebih ke kanan. Pada saat yang sama, kurva fasa juga mengalami penguatan saat frekuensi tinggi. Hasilnya diperoleh margin fasa yang besar dan frekuensi.

Sistem sebelum terkompensasi yang mempunyai margin fasa kecil (B) dan frekuensi margin fasa rendah (A) dapat diubah dengan menggunakan kompensator fasa maju sehingga menyebabkan sudut fasa sistem terkompensasi meningkat saat frekuensi tinggi. Pada saat yang sama frekuensi gain crossover meningkat dari A ke C. Terlihat penambahan ini memberikan efek margin fasa yang meningkat (D), dan frekuensi margin fasa yang meningkat (C).

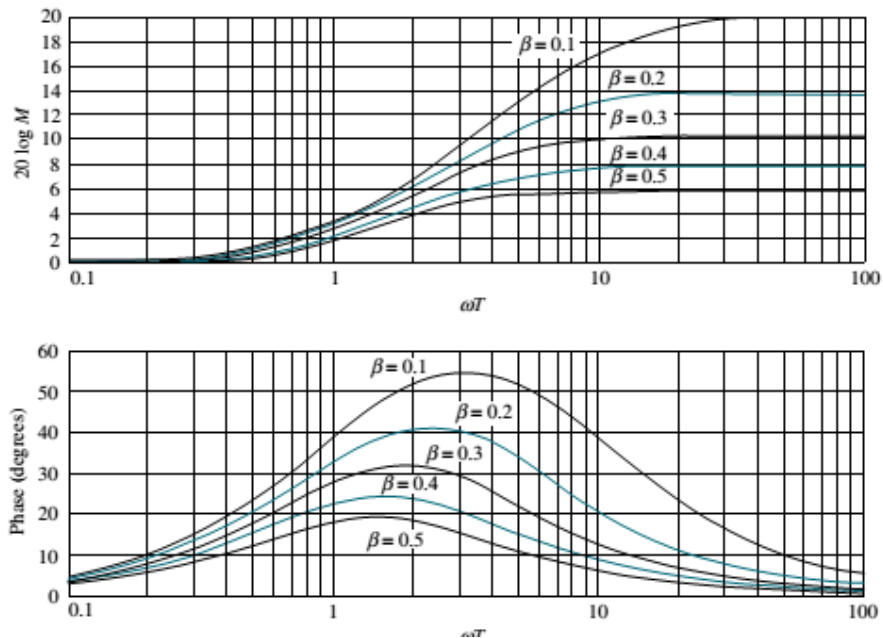
Satu keuntungan dari metoda respon frekuensi adalah kita dapat mengimplementasikan spesifikasi error steady state tanpa perlu tambahan kompensator fasa mundur. Berikut persamaan umum kompensator fasa maju :

$$G_c(s) = \frac{1}{\beta} \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}}$$

Nilai beta selalu lebih kecil dari 1 sehingga bagian *zero* menjadi lebih kecil dbandingkan dengan *polonya*. Titik puncak fasa maksimum dari kompensator fasa maju terjadi saat frekuensi ada di tengah tengah frekuensi break/ corner. Nilai frekuensi tengah ini dicari dengan rataaan geometri. Berikut adalah persamaan untuk mencari frekuensi saat sudut fasa maksimum.

$$\omega_{\max} = \frac{1}{T\sqrt{\beta}}$$

Besar penguatan saat frekuensi rendah atau $s = 0$ adalah satu sehingga tidak mengganggu karakteristik error steady state. Berikut adalah kurva magnitude dan fasa kompensator fasa maju :



Besar penguatan saat fasanya maksimum dapat dicari dengan memasukkan nilai ω_{max} pada persamaan kompensator fasa maju.

$$G_c(j\omega_{max}) = \frac{1}{\beta} \frac{j\omega_{max} + \frac{1}{T}}{j\omega_{max} + \frac{1}{\beta T}} = \frac{j\frac{1}{\sqrt{\beta}} + 1}{j\sqrt{\beta} + 1}$$

$$|G_c(j\omega_{max})| = \frac{1}{\sqrt{\beta}}$$

Sudut fasa maksimum dihitung dengan persamaan berikut

$$\phi_{max} = \tan^{-1} \frac{1 - \beta}{2\sqrt{\beta}} = \sin^{-1} \frac{1 - \beta}{1 + \beta}$$

Prosedur Desain

- Tentukan frekuensi bandwidth yang diperlukan supaya dapat memenuhi spesifikasi transien seperti settling time , waktu naik , dan waktu puncak
- Tentukan nilai K untuk memenuhi persyaratan error steady state.
- Plot kurva magnitudo dan fasa pada nilai K ini sehingga dapat ditentukan nilai margin fasa awal.

- d. Tentukan margin fasa yang ingin dicapai untuk memenuhi persyaratan Overshoot atau rasio redaman. Selanjutnya hitung kontribusi sudut fasa yang harus ditambahkan oleh kompensator fasa maju.
- e. Tentukan nilai beta yang memberikan kontribusi sudut fasa maksimum yang dibutuhkan.
- f. Tentukan nilai magnitude kompensator fasa maju saat sudut fasa maksimum
- g. Tentukan frekuensi margin fasa yang baru dengan mencari frekuensi saat nilai magnitudenya negatif nilai magnitude saat sudut fasas maksimum.
- h. Desain break frekuensi kompensator fasa maju
- i. Set kembali penguatan sistem setelah ditambahkan dengan kompensator fasa maju
- j. Cek bandwidth untuk memastikan persyaratan kecepatan respon pada langkah a sudah terpenuhi
- k. Simulasikan hasil desain sistem closed loop
- l. Desain ulang jika spesifikasi desain tidak terpenuhi.

Contoh soal 3. Desain kompensator fasa maju

Problem :

Diberikan sistem $G(s) = 100K / [s(s+36)(s+100)]$,supaya menghasilkan OS = 20 % dan $K_v = 40$ dengan waktu puncak = 0.1 detik

Solusi :

- a. Pertama lihat bandwidth sistem closed loop yang diperlukan untuk memenuhi persyaratan $T_p = 0.1$ detik dan nilai rasio redaman = 0.456 (i.e., OS = 20 %), dengan persamaan berikut :

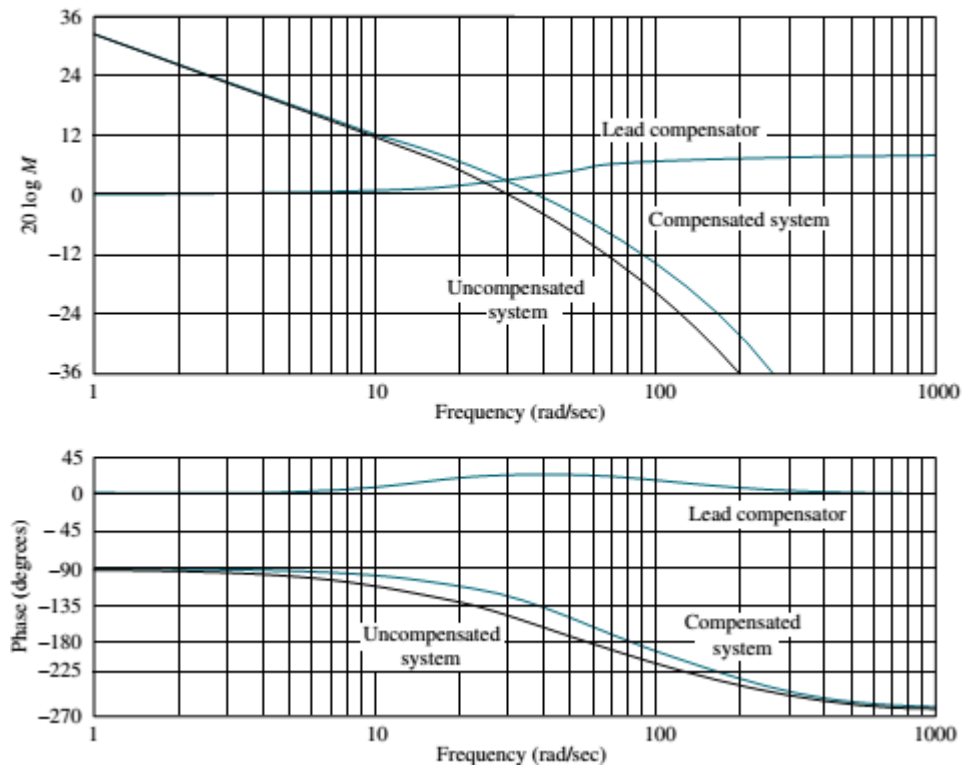
$$\omega_{BW} = \omega_n \sqrt{(1 - 2\zeta^2) + \sqrt{4\zeta^4 - 4\zeta^2 + 2}}$$

diperoleh nilai bandwidth $\omega_{BW} = 46.6$ rad/s

- b. Untuk memenuhi spesifikasi dari $K_v = 40$, K harus diset pada $K = 1440$ sehingga menghasilkan

$$G(s) = 144,000 / [s(s+36)(s+100)].$$

- c. Plot Respon frekuensi sebelum terkompensasi dengan $G(s) = 144,000 / [s(s+36)(s+100)]$ adalah sebagai berikut :



- d. OS 20 % menyatakan margin fasa 48.1. sistem yang belum terkompensasi dengan $K = 1440$ terlihat pada kurva bode plot memiliki margin fasa = 34 pada frekuensi margin fasa di 29.6 rad/ s. Untuk meningkatkan margin fasa , kita tambahkan kompensator fasa maju yang memberikan sudut tambahan sehingga dapat menghasilkan margin fasa 48.1. sudut yang ditambahkan perlu ditambah lagi dengan faktor koreksi untuk mengkompensasi sudut fasa yang lebih rendah saat frekuensi margin fasa bergeser lebih ke kanan. Faktor koreksi diasumsikan sebesar 10 derajat . Maka total kontribusi fasa yang harus diberikan $48.1 - 34 + 10 = 24.1$. Secara ringkas , sistem yang terkompensasi nantinya harus memiliki margin fasa sebesar 48.1 dan frekuensi bandwidth 46.6 rad/s. Jika hasil akhir tidak memenuhi

persyaratan ini maka perlu desain ulang mungkin dengan faktor koreksi yang berbeda.

- e. Fasa maksimum sebesar 24.1 maka diperoleh nilai $\beta = 0.42$
- f. Pada saat frekuensi sudut fasa maksimum terjadi , diperoleh magnitudo 3.76 dB
- g. Jika dipilih ω_{max} sebagai frekuensi margin fasa yang baru maka cari frekuensi saat magnitudo sistemnya -3.76 dB sehingga setelah dijumlahkan akan menghasilkan 0 dB. Dari kurva bode plot magnitudo dapat dilihat saat magnitudo -3.76 dB adalah $\omega_{max} = 39 \text{ rad/s}$. Frekuensi ini juga adalah frekuensi margin fasa yang baru.
- h. Sekarang tentukan break frekuensi $1/T = 25.3$ dan $1/\beta T = 60.2$
- i. Kompensator fasa maju menjadi :

$$G_c(s) = \frac{1}{\beta} \frac{s + \frac{1}{T}}{s + \frac{1}{\beta T}} = 2.38 \frac{s + 25.3}{s + 60.2}$$

2.38 adalah penguatan yang diperlukan untuk tetap menjaga nilai K_v tetap sebesar 40 setelah kompensator ditambahkan. Sistem open loop setelah terkompensasi menjadi sebagai berikut :

$$G_c(s)G(s) = \frac{342,600(s + 25.3)}{s(s + 36)(s + 100)(s + 60.2)}$$

- j. Untuk mengestimasi frekuensi bandwidth dari sistem closed loop dapat dilihat dari nilai frekuensi saat magnitudenya -7 dB pada kurva magnitudo open loop terkompensasi. Terlihat dari kurva magnitudo open loop terkompensasi diperoleh frekuensi 68.8 rad/s saat -7 dB. Frekuensi bandwidth lebih cepat dari yang diharapkan yaitu 46.6 rad/s
- k. Tabel berikut menyatakan hasil simulasi yang dilakukan dengan kompensator fasa maju

Parameter	Proposed specification	Actual gain-compensated value	Actual lead-compensated value
K_v	40	40	40
Phase margin	48.1°	34°	45.5°
Phase-margin frequency	—	29.6 rad/s	39 rad/s
Closed-loop bandwidth	46.6 rad/s	50 rad/s	68.8 rad/s
Percent overshoot	20	37	22.6
Peak time	0.1 second	0.1 second	0.075 second

Hasil simulasi menyatakan beberapa kriteria agak meleset dari kriteria yang ditentukan dan terlihat agak berlebih. Desain ulang dapat dilakukan jika kelebihan kriteria ini tidak dapat diterima.

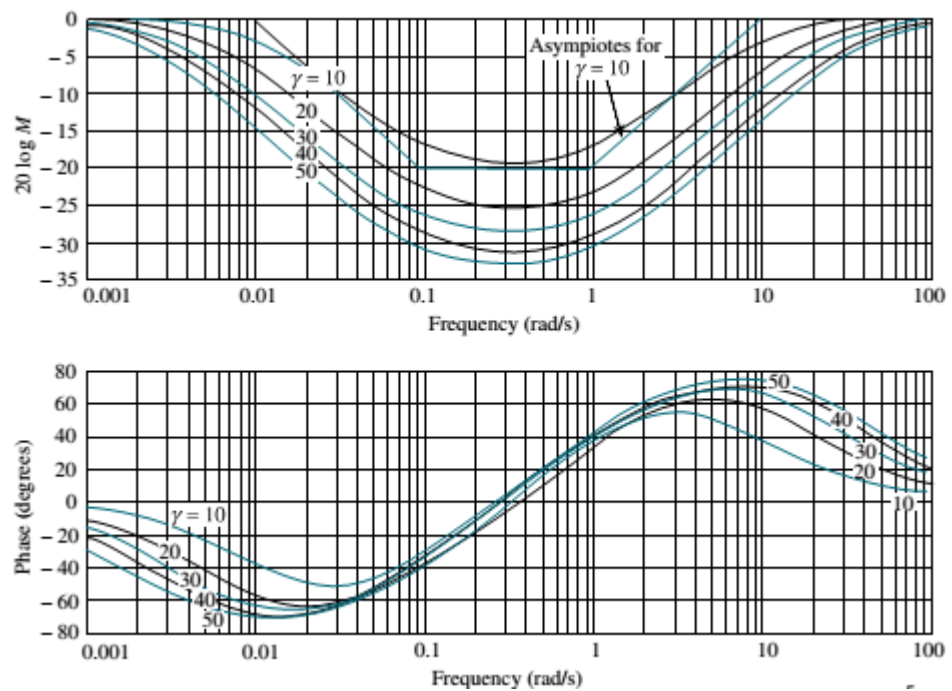
2. Kompensator fasa maju mundur

Kompensator fasa maju mundur yang digunakan untuk memperbaiki respon transien dan error steady state dapat juga direalisasikan dengan metoda respon frekuensi. Metoda kompensator fasa mundur digunakan untuk meredam penguatan frekuensi tinggi, menstabilkan sistem, dan melakukan perbaikan pada error steady state. Sedangkan kompensator fasa maju digunakan untuk memperbaiki persyaratan margin fasa. Fungsi alih dari kompensator fasa maju mundur adalah sebagai berikut :

$$G_c(s) = G_{\text{Lead}}(s)G_{\text{Lag}}(s) = \left(\frac{s + \frac{1}{T_1}}{s + \frac{\gamma}{T_1}} \right) \left(\frac{s + \frac{1}{T_2}}{s + \frac{1}{\gamma T_2}} \right)$$

$$\gamma > 1$$

Nilai gamma menggantikan nilai alpha dan beta yang ada pada kompensator fasa maju dan kompensator fasa mundur dan untuk desain khusus kompensator fasa maju mundur nilai alpha berkebalikan dengan nilai beta. Berikut adalah gambar respon frekuensi untuk kompensator fasa maju mundur.



Prosedur Desain

- a. Gunakan aproksimasi sistem orde 2 , cari bandwidth yang diperlukan untuk memenuhi kriteria respon transien seperti settling time, waktu puncak, waktu naik
- b. Tentukan nilai penguatan K, pada nilai yang diperlukan untuk memenuhi persyaratan spesifikasi error steady state
- c. Plot bode plot magnitude dan fasa untuk nilai K ini
- d. Gunakan aproksimasi sistem orde 2, hitung margin fasa yang memenuhi spesifikasi rasio redaman atau overshoot
- e. Pilih frekuensi margin fasa dekat dengan frekuensi bandwidth ω_{BW}
- f. Pada frekuensi margin fasa , tentukan tambahan sudut kompensator fasa maju dan faktor koreksi akibat sudut fasa kompensator fasa mundur.
- g. Desain kompensator fasa mundur dengan memilih break frekuensi bagian atas (lebih besar) satu dekade di bawah frekuensi margin fasa yang baru. Kompensator fasa mundur disini hanya mengatur perbaikan error steady state tapi tidak untuk perbaikan margin fasa. Perbaikan margin fasa hanya dilakukan oleh bagian kompensator fasa maju. Tentukan nilai gamma dari besar sudut maksimum yang akan

ditambahkan oleh kompensator fasa maju. Untuk bagian break frekuensi yang lebih kecil (lower) dapat dicari setelah nilai gamma ini diperoleh.

- h. Desain kompensator fasa maju , dengan nilai gamma yang diperoleh tentukan nilai break frekuensi bagian atas dan bawah
- i. Cek bandwidth untuk memastikan bahwa kecepatan respon pada langkah a. dipenuhi.
- j. Desain ulang jika margin fasa atau spesifikasi transien yang ditunjukkan melalui analisis dan simulasi tidak dipenuhi.

Contoh soal 4. Desain kompensator Fasa maju mundur

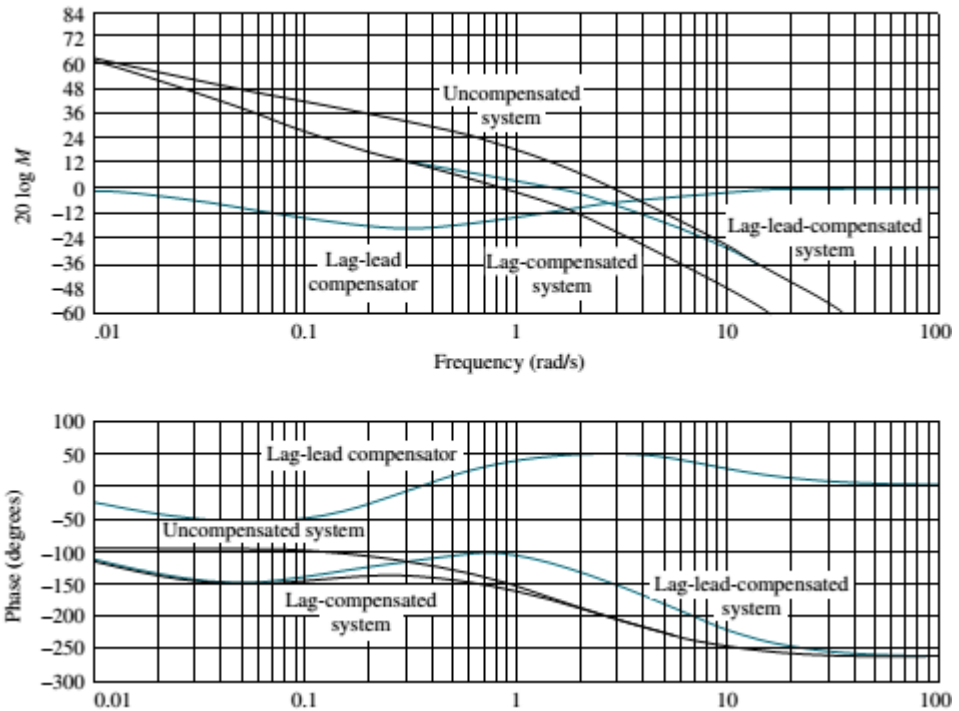
Problem :

Diketahui sistem dengan open loop sistem $G(s) = K/[s(s+1)(s+4)]$ desainlah kompensator fasa maju dan mundur dengan metoda respon frekuensi yang menghasilkan OS = 13.25 % dan waktu puncak $T_p = 2$ detik, dan $K_v = 12$

Solusi :

Kita akan ikuti prosedur dari kompensator fasa maju mundur

- a. Bandwidth yang diperlukan untuk $T_p = 2$ detik adalah 2.29 rad/s
- b. Dalam hal untuk memenuhi kriteria error steady state $K_v = 12$, maka nilai $K = 48$
- c. Bode plot sistem yang belum terkompensasi dengan nilai $K = 48$ terlihat seperti gambar berikut :



- d. Diperlukan margin fasa 55 untuk memperoleh 13.25%
- e. Pilih $\omega = 1.8$ rad/s sebagai frekuensi margin fasa yang baru.
- f. Pada frekuensi ini, sudut fasa sistem yang belum terkompensasi adalah -176 dan nantinya penambahan sudut fasa dari kompensator fasa mundur -5 , maka supaya dapat margin fasa 55 maka perlu ditambah sudut kontibusi oleh kompensator fasa maju sebesar 56
- g. Selanjutnya desain kompensator fasa mundur . Pada kompensator fasa mundur harus dapat menjaga nilai penguatan 48 supaya $K_v = 12$ dan. Pilih kompensator fasa mundur yang mempunyai efek minimum pada perubahan fasa di dekat frekuensi margin fasa.

Pilih break frekuensi atas kompensator fasa mundur 1 dekade dibawa frekuensi margin fasa yang baru dari $\omega = 1.8$ rad/s menjadi $\omega = 0.18$ rad/s . Sudut fasa maksimum yang akan diberikan oleh kompensator fasa maju adalah 56. Dari sudut ini dapat diperoleh nilai $\gamma = 10.6$ maka dapat diperoleh untuk kompensator bagian fasa mundurnya adalah sebagai berikut :

$$G_{lag}(s) = \frac{1}{\gamma} \frac{\left(s + \frac{1}{T_2}\right)}{\left(s + \frac{1}{\gamma T_2}\right)} = \frac{1}{10.6} \frac{(s + 0.183)}{(s + 0.0172)}$$

Bagian penguatan $1/\gamma$ pada kompensator menyebabkan penguatan DC (DC gain) menjadi 0 dB. System open loop setelah ditambah kompensator fasa mundur adalah sebagai berikut :

$$G_{\text{lag-comp}}(s) = \frac{4.53(s + 0.183)}{s(s + 1)(s + 4)(s + 0.0172)}$$

- h. Selanjutnya akan didesain kompensator fasa maju. Pada $\omega = 1.8$ rad/s sudut maksimum dari kompensator fasa maju ditambahkan. Dari persamaan rataan geometri dapat diperoleh bagian atas dan bawah break frekuensi pada 5.96 dan 0.56 rad/s . sehingga diperoleh kompensator fasa maju sebagai berikut :

$$G_{\text{lead}}(s) = \gamma \frac{\left(s + \frac{1}{T_1}\right)}{\left(s + \frac{\gamma}{T_1}\right)} = 10.6 \frac{(s + 0.56)}{(s + 5.96)}$$

Dan terakhir dapat diperoleh loop gain dengan kompensator fasa maju mundur sebagai berikut :

$$G_{\text{lag-lead-comp}}(s) = \frac{48(s + 0.183)(s + 0.56)}{s(s + 1)(s + 4)(s + 0.0172)(s + 5.96)}$$

- i. Cek frekuensi bandwidth yang dihasilkan dari simulasi, dengan melihat frekuensi sistem open loop pada magnitude -7 dB yaitu 3 rad/s. Hasil ini menunjukkan kelebihan dari spesifikasi yang ditentukan. Berikut tabel yang menunjukkan karakteristik hasil simulasi untuk beberapa parameter lainnya

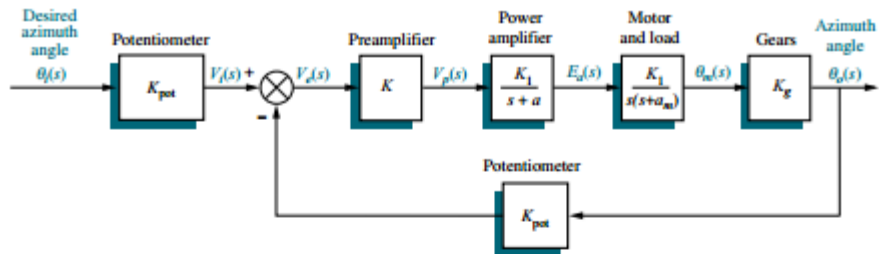
Parameter	Proposed specification	Actual value
K_v	12	12
Phase margin	55°	59.3°
Phase-margin frequency	—	1.63 rad/s
Closed-loop bandwidth	2.29 rad/s	3 rad/s
Percent overshoot	13.25	10.2
Peak time	2.0 seconds	1.61 seconds

3. Studi kasus I Desain Pengaturan penguatan konstan

Problem :

Diberikan sistem kendali posisi antenna konfigurasi 1 dengan diagram blok sebagai berikut :

Block Diagram



Schematic Parameters

Parameter	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
V	10	10	10
n	10	1	1
K	—	—	—
K_1	100	150	100
a	100	150	100
R_a	8	5	5
J_a	0.02	0.05	0.05
D_a	0.01	0.01	0.01
K_b	0.5	1	1
K_t	0.5	1	1
N_1	25	50	50
N_2	250	250	250
N_3	250	250	250
J_L	1	5	5
D_L	1	3	3

Block Diagram Parameters

Parameter	Configuration 1	Configuration 2	Configuration 3
K_{pot}	0.318		
K	—		
K_1	100		
a	100		
K_m	2.083		
a_m	1.71		
K_g	0.1		

Note: reader may fill in Configuration 2 and Configuration 3 columns after completing the antenna control Case Study challenge problems in Chapters 2 and 10, respectively.

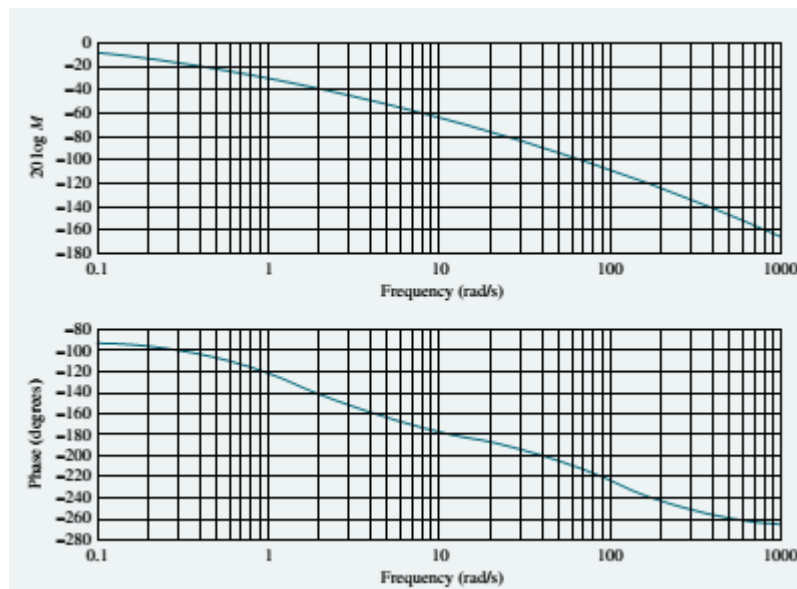
- Tentukanlah besar penguatan preamplifier yang diperlukan supaya respon sistem closed loop mempunyai overshoot 20 %
- Estimasi settling time

Solusi :

Diagram blok sistem kendali yang ditunjukkan untuk konfigurasi 1 mempunyai loop gain sebagai berikut :

$$G(s) = \frac{6.63K}{s(s+1.71)(s+100)} = \frac{0.0388K}{s\left(\frac{s}{1.71} + 1\right)\left(\frac{s}{100} + 1\right)}$$

Jika nilai $K = 1$ maka bode plot dari sistem open loop tersebut dapat diperoleh sebagai berikut :



- a. Untuk menentukan nilai K yang menghasilkan overshoot 20 % maka lakukan aproksimasi sistem orde 2 dimana overshoot 20 % menyatakan rasio redaman sebesar 0.456. Dari rasio redaman dapat diperoleh margin fasa sebesar 48.1 . Sudut fasa sistem open loop yang menyebabkan margin fasa 48.1 adalah $(-180 + 48.1) = -131.9$. Sudut fasa -131.9 ini terjadi saat frekuensi $\omega = 1.49 \text{ rad/s}$ dengan nilai penguatannya -34.1 dB . Maka nilai K yang harus ditambahkan agar pada frekuensi ini menjadi 0 dB adalah 34.1 dB atau $K=50.7$. Dikarenakan sistem bukan murni orde 2 maka perlu dilakukan pengecekan dengan simulasi apakah benar overshoot yang dihasilkan adalah 20 % .
- b. Dengan mengatur nilai $K = 50.7$, maka diperoleh pada -7dB frekuensi nya $\omega = 2.5 \text{ rad/s}$. Dari informasi ini diketahui frekuensi bandwidth = 2.5 rad/s dan rasio redaman diketahui = 0.456 dan dapat diperoleh dari 2

informasi tersebut $T_s = 4.63$ sekon . Jika disimulasikan maka diperoleh T_s mendekati nilai 5 detik.

Problem :

Diketahui sistem kendali posisi antena, konfigurasi 1 , gunakan kompensator secara kaskade untuk respon sistem closed loop 20 % overshoot untuk input unit step. Perbaiki error steady state 5 kali, dan settling time = 5 detik .

Solusi :

Dengan mengikuti prosedur desain, pertama -tama tentukan nilai K untuk memenuhi persyaratan error steady state.

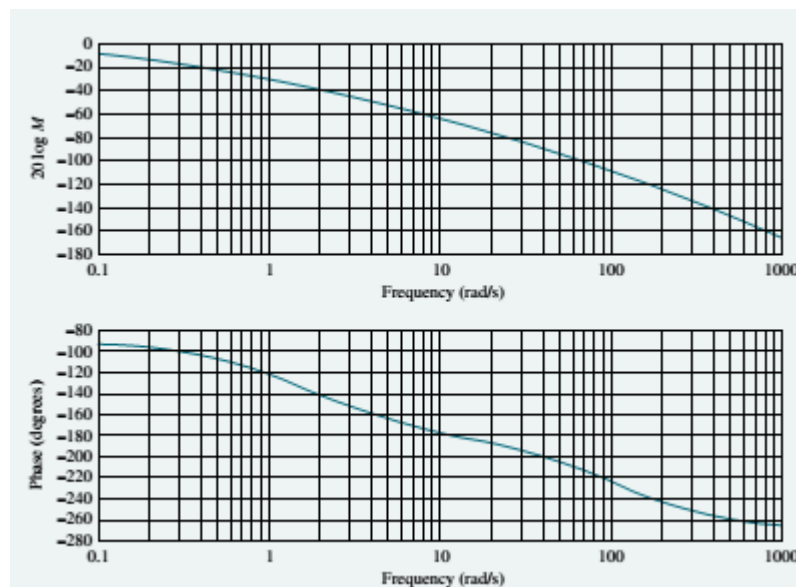
- a. Dengan nilai rasio redaman = 0.456 dan $T_s = 3.5$ detik maka bandwidth yang harus dicapai adalah 3.3rad/s
- b. Dari studi kasus sebelumnya maka diperoleh $K = 50.7$ untuk OS 20 % .

Berikut loop gainnya :

$$G(s)H(s) = \frac{6.63K}{s(s + 1.71)(s + 100)} = \frac{336.14}{s(s + 1.71)(s + 100)}$$

Pada loop gain awal diperoleh $K_v = 1.97$ agar terjadi 5 kali perbaikan maka K_v yang baru $K_v = 9.85$ diperoleh ketika $K = 254$.

- c. Gambar lagi bode plot untuk $K = 1$



- d. Margin fasa untuk 20 % overshoot memerlukan 48.1 derajat
- e. Pilih $\omega = 3 \text{ rad/s}$ sebagai frekuensi margin fasa yang baru . 3 rad karena dekat dibelakang frekuensi bandwidth yang diinginkan yaitu 3.3 rad/s
- f. Sudut fasa di frekuensi 3 rad/ s adalah -152. Dan jika dihitung margin fasa sementara adalah 28 . jika nanti ada tambahan dari kompensator fasa mundur maka ada penambahan sudut fasa sekita -5. Jadi sudut kontribusi yang diberikan oleh kompensator fasa maju supaya margin fasa 48.1 adalah $(48.1-28+5) = 25.1$
- g. Desain dari kompensator fasa mundur mengikuti dari kontribusi sudut maksimum yaitu 25.1 . Dari sudut ini diperoleh $\beta = 0.4$ pilih break frekuensi atas 1 dekade di bawah 3 rad/s yaitu 0.3 rad/s . Sedangkan untuk break frekuensi bawah sebesar $(0.3)(0.4) = 0.12$ sehingga diperoleh kompensator fasa mundur sebagai berikut :

$$G_{\text{lag}}(s) = 0.4 \frac{(s + 0.3)}{(s + 0.12)}$$

- h. Selanjutnya dari nilai beta dan frekuensi saat sudut fasa kompensator fasa maju max yang diketahui dapat dicari break frekuensi atas dan bawah untuk kompensator fasa maju yaitu 4.75 rad/s dan 1.9 rad/s .
- i. Hasil akhir gabungan dari kompensator fasa maju dan mundur dengan loop gain menjadi :

$$G_{\text{lag-lead-comp}}(s) = \frac{(6.63)(254)(s + 0.3)(s + 1.9)}{s(s + 1.71)(s + 100)(s + 0.12)(s + 4.75)}$$

- j. Plot bode sistem dengan sistem open loop yang baru kemudian lihat frekuensi saat -7 dB maka akan diperoleh pada frekuensi 5.3 rad/s . Simulasi komputer menunjukkan bahwa sistem yang terkompensasi mempunyai overshoot 20 % , settling time 3.2 detik , dan $K_v = 9.85$ perbaikan 5 kali dari nilai K_v sebelumnya .

DAFTAR PUSTAKA

1. G. F. Franklin, J.D. Powell, A. Emami-Naeini, "Feedback Control of Dynamic Systems", Pearson, 6th Edition, 2010
2. N.S. Nise, "Control Systems Engineering", Wiley, 4th Edition, 2004
3. R.S. Burns, "Advanced Control Engineering", Butterworth-Heinemann, 2001
4. K. Ogata, "Modern Control Engineering", Prentice Hall, 4th Edition, 2002

